第01章
机械设计总论

第03节 强度与失效

宋超阳
songcy@ieee.org

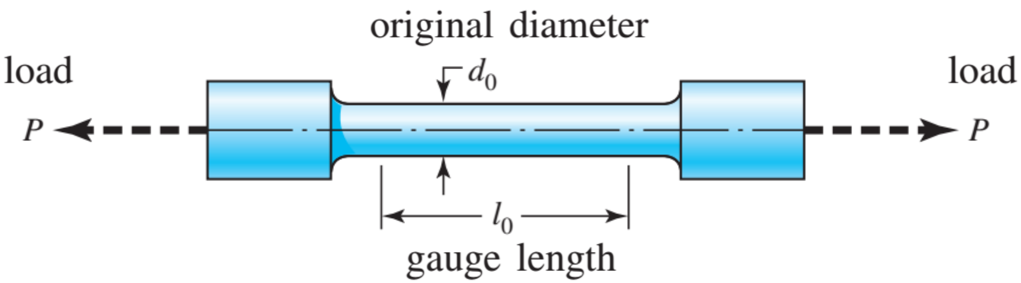
本章要点概述

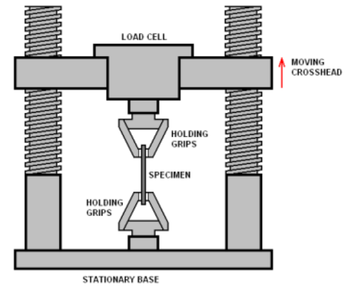
- 机器的构成及其功能结构
- 机械设计的概念及其特点
- 机械设计中的创新和优化
- 机械的组成及运动副
- 平面机构运动简图的绘制
- 平面机构具有确定运动的条件
- 机械设计中的两个问题
- 机械设计中的约束
- 机械设计中的强度问题
- 机械设计中的摩擦、磨损和润滑问题

机械设计中的强度问题

"零件失效形式→受力分析→强度计算→结构设计"

材料的强度与刚度





stress $\sigma = \dfrac{P}{A_0}$ original area of the specimen $A_0 = \frac{1}{4}\pi d_0^2$ normal strain $\epsilon = \dfrac{l - l_0}{l_0}$

ultimate, or *tensile, strength*

yield strength

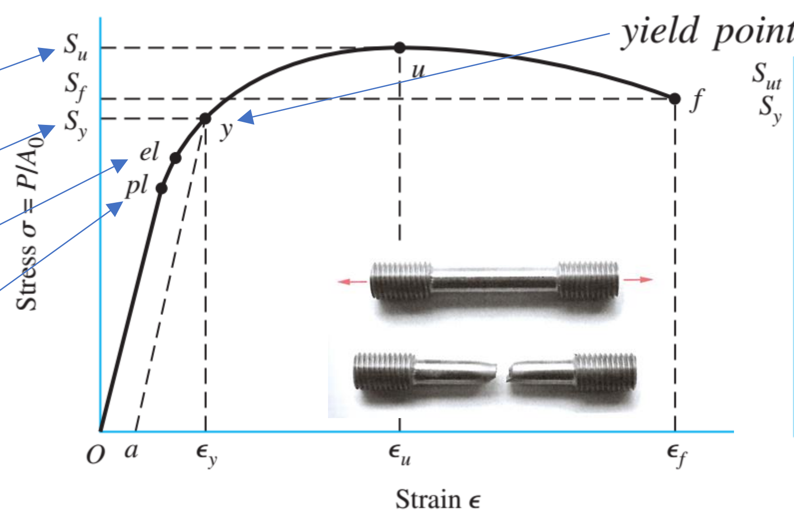
Plastic deformation

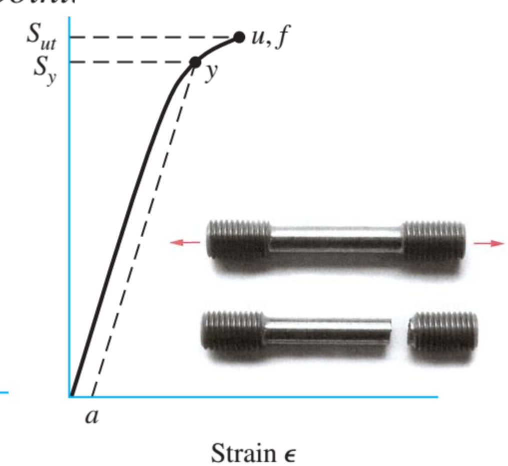
elastic limit

Elastic deformation

proportional limit

yield point





Ductile vs. Brittle Materials

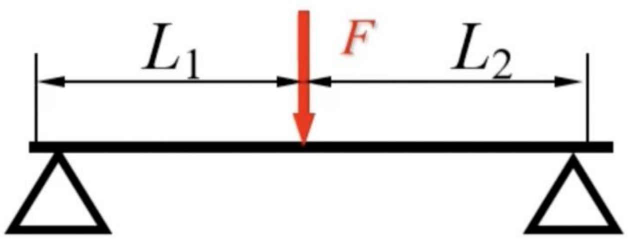
从零件的失效到设计分析的主线

- **失效：机器及其零部件丧失正常工作能力或其功能参数降低到限定值以下**
  - 例如，机床因其主轴轴承磨损而丧失应有的精度、齿轮轮齿断裂、螺钉被拉断等都称为失效。

- 断裂：如轴、齿轮轮齿发生断裂
- 表面点蚀：表面材料片状剥落　　强度问题
- 塑性变形：零件发生永久性变形
- 过大弹性变形　　刚度问题
- 过度磨损　　耐磨性问题
- 过大振动和噪声、过热等　　稳定性问题

- **机械零件设计分析问题的主线：**
  - **从机械的总体要求出发，结合机械零件的承载能力，引出对零件的要求**
    - **零件失效形式→受力分析→强度计算→结构设计**

承载能力判定条件与零件设计步骤



强度条件	• 工作应力≤许用应力 • $\sigma \le [\sigma]$ 或 $\tau \le [\tau]$
刚度条件	• 实际变形量≤许用变形量 • $y \le [y]$、$\theta \le [\theta]$、$\varphi \le [\varphi]$
稳定性条件	• 工作转速≤许用转速 • $n \le [n]$

1) 拟订零件的设计简图
2) 确定载荷的大小及位置

$\}$ **受力分析**

3) 选择材料
4) 根据失效形式选用承载能力判定条件，设计或校核零件的主要参数
   1) **设计式**：强度条件（或刚度）→设计计算→尺寸
   2) **校核式**：尺寸→校核计算→强度条件（或刚度）
5) 结构设计，绘制零件工作图

机械设计课程的学习方法

- **①把握机械零件设计分析问题的主线**
  - 要时刻贯穿“**零件失效形式→受力分析→强度计算→结构设计**”这一主线，无论学习何种机械零、部件设计，如果以此主线为纲，就便于入门、便于掌握
- **②要理论联系实际**
  - 必须从生产实际的条件与要求出发来考虑问题，注意公式的使用条件与范围，参数选择也要紧密结合实际来进行
- **③机器是由许多零件按一定方式连接起来的**
  - 零件之间有一定联系，因此要从整体出发来考虑零件的设计，并注意零件间的协调与配合，特别是零件设计的原始数据和要求，要与整机要求相适应
- **④必须重视结构设计**
  - 初学者往往只看重计算而忽略结构设计，要认识到计算虽重要，它只为结构设计提供一个基础，而零、部件和机器的最后尺寸与形状，通常是由结构设计决定的，它在设计工作量中也占有较大比重，因而必须高度重视结构设计
- **⑤更新设计观念，重在培养综合设计能力**
  - 要建立符合时代要求的新的设计观念，特别是要把创新的思想贯彻进去，所谓综合设计能力主要包括技术基本能力、创造性能力、掌握信息与自学能力、评价与决策能力及集体合作设计能力等，要通过学习与训练，逐步提高学生综合设计的能力

失效与强度

- 所谓强度，就是抵抗机械失效的能力
  - 而强度约束，则是指要求所设计的机械零部件，在正常工作条件下，不出现这种类型的失效

- 强度判定方法（强度准则）

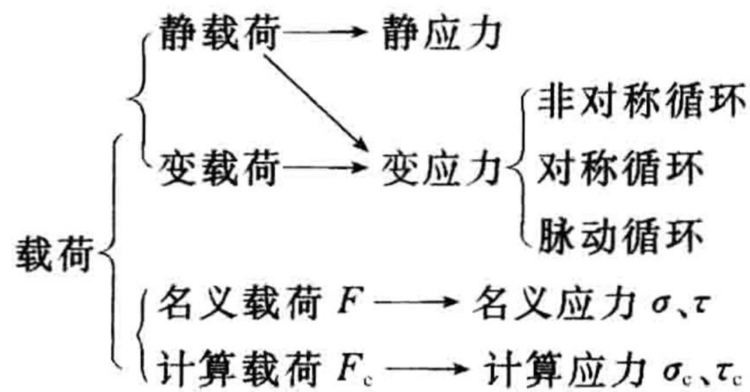
$$\text{最大应力} \leqslant \text{许用应力}\left(=\frac{\text{材料的极限应力}}{\text{许用安全系数}}\right) \qquad \text{实际安全系数}\left(=\frac{\text{材料的极限应力}}{\text{最大应力}}\right) \geqslant \text{许用安全系数}$$

$$\begin{cases} \sigma \leqslant [\sigma] = \dfrac{\sigma_{\lim}}{S_\sigma} \\ \tau \leqslant [\tau] = \dfrac{\tau_{\lim}}{S_\tau} \end{cases} \qquad \begin{cases} S_{\sigma ca}\left(=\dfrac{\sigma_{\lim}}{\sigma}\right) \geqslant S_\sigma \\ S_{\tau ca}\left(=\dfrac{\tau_{\lim}}{\tau}\right) \geqslant S_\tau \end{cases}$$

$$\text{材料的极限应力}\begin{cases} \text{静应力状态下}\begin{cases} \text{脆性材料取抗拉强度 } \sigma_b \\ \text{塑性材料取屈服强度 } \sigma_s \end{cases} \\ \text{变应力状态下}\left.\begin{cases} \text{脆性材料} \\ \text{塑性材料} \end{cases}\right\} \text{均取疲劳极限极限 } \sigma_{rN} \end{cases}$$

载荷和应力

- 机器工作时所出现的载荷是力和力矩
  - 静载荷：大小和方向不随时间变化或变化极缓慢的载荷
  - 变载荷：大小或方向随时间作周期性或非周期性的载荷
- **工作载荷：正常工作时的实际载荷**
  - 由于机器实际工作情况比较复杂，工作载荷的变化规律往往也比较复杂，故工作载荷比较难以确定。
- **名义载荷：理想工作条件下的载荷**
  - 当缺乏有关资料，难以准确确定工作载荷时，可近似地按原动机的功率通过计算求得



$$F_c = KF,\quad \sigma_c = K\sigma,\quad \tau_c = K\tau$$

若原动机的功率为 P (kW)，额定转速为 n (r/min)，则作用在传动零件上的名义转矩为

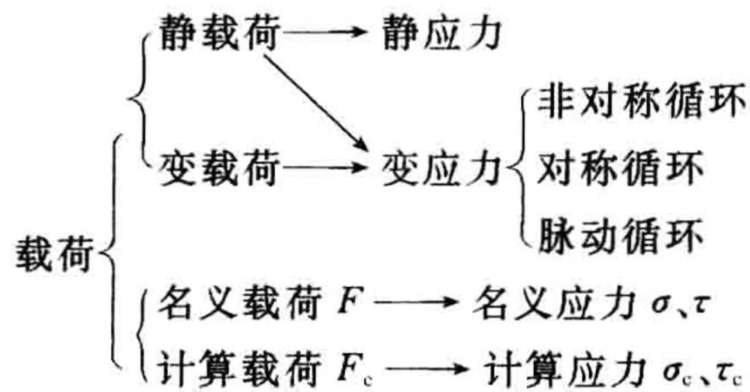
$$T = 9\,550\,\frac{P\,\eta\,i}{n}\ (N\cdot m)$$

i：从原动机到所计算零件之间的总传动比

η：从原动机到所计算零件之间传动链的总效率

载荷和应力

- **工作载荷：正常工作时的实际载荷（难以测量）**
- **名义载荷：理想工作条件下的载荷（查表估算）**



$$F_c = KF, \quad \sigma_c = K\sigma, \quad \tau_c = K\tau$$

- 为可靠起见，计算中的载荷值应计及零部件工作中所受的各种附加载荷，例如由于原动机、工作机或传动系统本身的振动而引起的附加载荷等等。这些附加载荷可通过动力学分析或实测确定

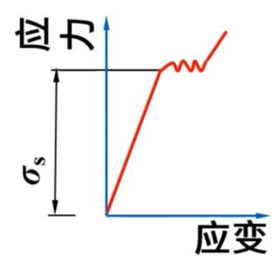
- **计算载荷：考虑附加载荷后的载荷值（便于计算）**
  - 缺乏资料，可用一个载荷系数（K）对名义载荷（力F或转矩 T）进行修正而得到近似的计算载荷（F）

- **应力：在载荷作用下，机械零部件的剖面（或表面）上将产生应力**
  - 不随时间而变化的应力为静应力，不断地随时间而变化的应力为变应力
  - 大多数机械零部件都是处于变应力状态下工作的

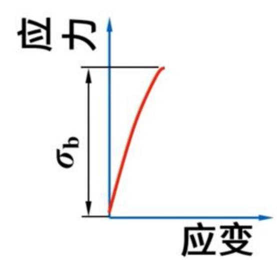
- 零件所受的载荷是静载荷还是变载荷较易判别，但在分析零件的应力时，容易出错，特别是零件承受静载荷时，不仅产生静应力，有时也能产生变应力。比如，承受静载荷的回转运动或周期运动的零件将产生变应力

静应力作用下的强度问题

- 在静应力作用下，主要失效形式为**塑性变形**或**脆性断裂**
  - 危险剖面处的计算应力（σ_{ca}、τ_{ca}）不超过许用应力($[\sigma]$、$[\tau]$)，其强度约束条件可写成
    - 正应力作用时：$\sigma_{ca} \le [\sigma] = \frac{\sigma_{\lim}}{[S]}$ 或剪应力作用时：$\tau_{ca} \le [\tau] = \frac{\tau_{\lim}}{[S]}$
      - $\sigma_{\lim}$：极限正应力｜$\tau_{\lim}$：极限切应力｜$[S]$：许用安全系数
  - 危险剖面处的计算安全系数（S_σ、S_τ）不超过许用应力($[S]$)，其强度约束条件可写成
    - $S_\sigma = \frac{\sigma_{\lim}}{\sigma_{ca}} \ge [S]$ 或 $S_\tau = \frac{\tau_{\lim}}{\tau_{ca}} \ge [S]$



塑性材料

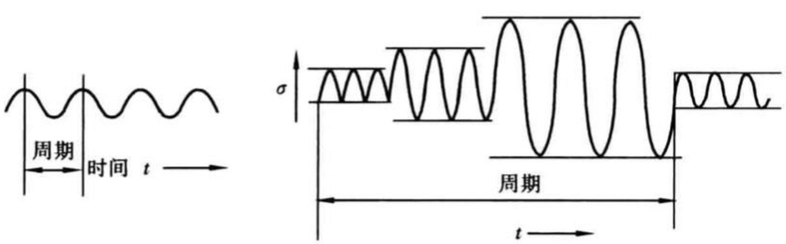


脆性材料

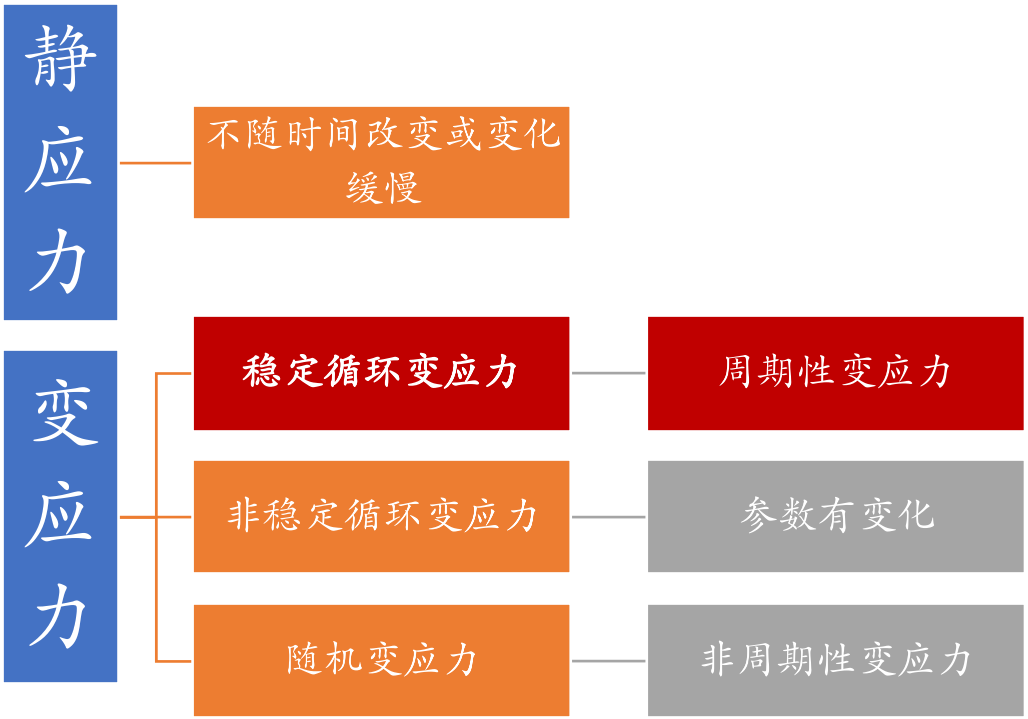
- 静应力下
  - 塑性材料：可取其**屈服极限**为极限应力，即 $\sigma_{\lim} = \sigma_S$、$\tau_{\lim} = \tau_S$
  - 脆性材料：可取其**强度极限**为极限应力，即 $\sigma_{\lim} = \sigma_b$、$\tau_{\lim} = \tau_b$

变应力作用下的强度问题

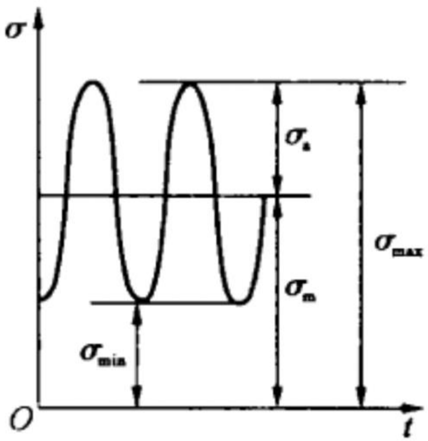
- 作用在机械零部件上的载荷，无论是静载荷还是变载荷，均可能产生变应力
  - 在变应力作用下机械零部件的失效与在静应力下的完全不同，因而，其约束强度条件的计算方法也有明显的区别
- 变应力的种类和特点



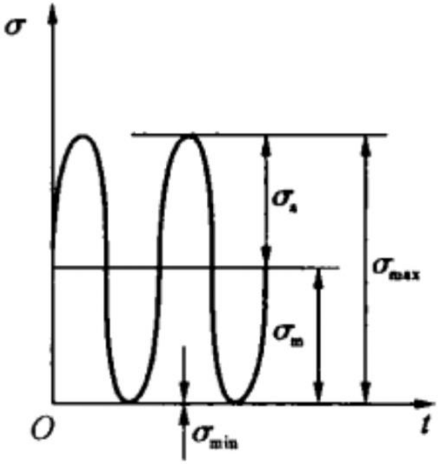
（a）稳定循环变应力　（b）非稳定循环变应力



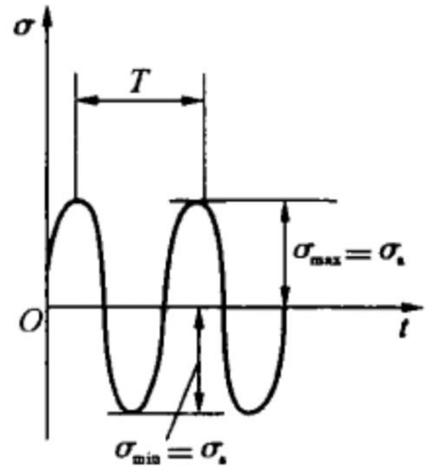
稳定循环变应力



非对称循环变应力



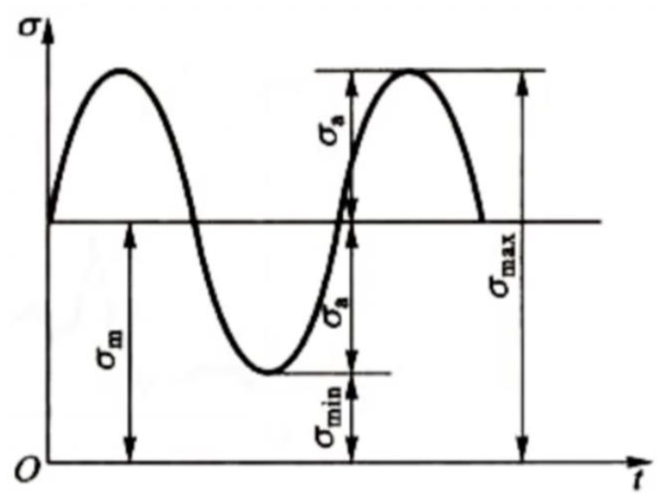
脉动循环变应力



对称循环变应力

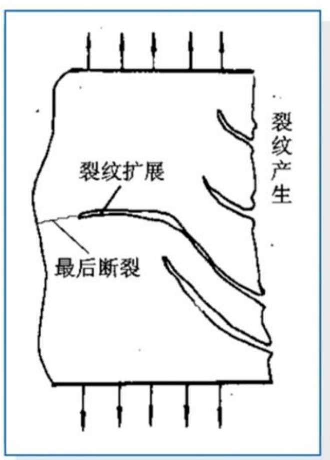
- $\sigma_{\max}$、 $\sigma_{\min}$分别为<u>**绝对值**</u>最大、最小的应力值
- $\sigma_{\max}$、 $\sigma_{\min}$ 在横轴同侧时， r 取正号；否则取负号
- σ_r 表示循环特征为 r 的变应力

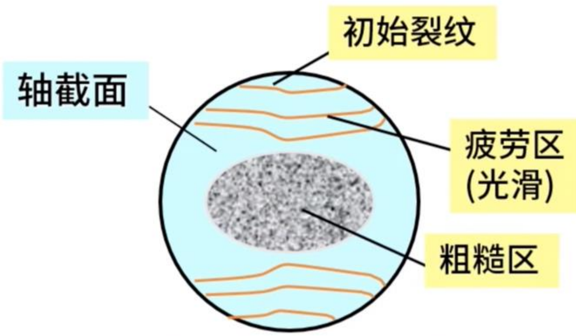
- $\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a$ 最大应力
- $\sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a$ 最小应力
- $\sigma_a = \dfrac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$ 应力幅（总为正）
- $\sigma_m = \dfrac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$ 平均应力
- $r = \dfrac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \dfrac{\sigma_m - \sigma_a}{\sigma_m + \sigma_a}$ 循环特征：$[-1, 1]$



稳定循环变应力时的强度约束条件

- 静应力作用下：
  - 机械零件的损坏，是由于在危险截面中产生过大的**塑性变形**，最终断裂
- 变应力作用下：
  - 机械零件的损坏，是由于零件表面应力最大处，其应力超过某一极限值，首先出现初始微裂纹，在变应力的反复作用下，裂纹不断扩展，当裂纹扩展到一定程度后，最终导致断裂，这种现象称为**疲劳断裂**





- 变应力使疲劳裂纹不断扩展
- 疲劳破坏是一个时间历程
- 使零件发生疲劳断裂的应力比使零件发生脆性断裂的应力小的多

- 在强度约束条件中，两者区别主要表现为**极限应力的不同**

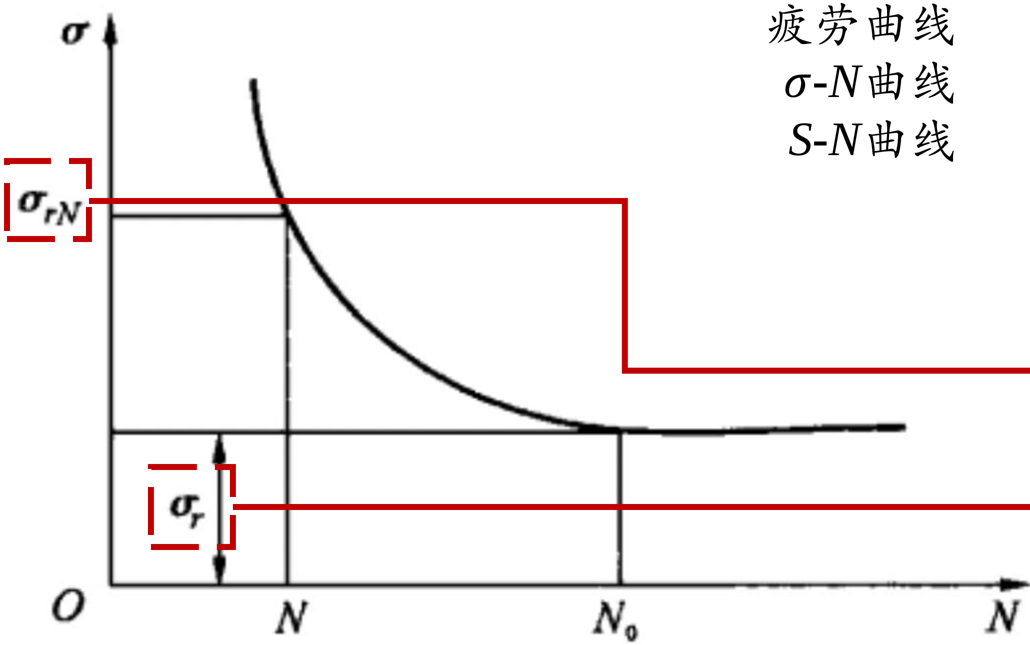
稳定循环变应力时的强度约束条件

- 在变应力作用下，其强度约束条件与静应力时相同
  - 计算应力≤许用应力：
    - $\sigma_{ca} \le [\sigma] = \frac{\sigma_{\lim}}{[S]}$ 或 $\tau_{ca} \le [\tau] = \frac{\tau_{\lim}}{[S]}$
  - 计算安全系数≤许用安全系数：
    - $S_\sigma = \frac{\sigma_{\lim}}{\sigma_{ca}} \ge [S]$ 或 $S_\tau = \frac{\tau_{\lim}}{\tau_{ca}} \ge [S]$
  - 强度计算的关键：确定**极限应力** $\sigma_{\lim}$
    - $\sigma_{\lim}$：不发生破坏的前提下，所能承受的最大变应力

静应力、变应力的极限应力选取

- **静应力**作用下的**塑性变形**
  - **极限应力主要与材料的性能有关，即 $\sigma_{\text{lim}} = \sigma_S$ 或 $\sigma_{\text{lim}} = \sigma_b$**
- **变应力**作用下的**疲劳断裂**。
  - **其极限应力不仅与材料的性能有关，且与**
    - **应力的循环特征 r、**
    - **应力变化的循环次数 N（或工作时间的长短）、**
    - **应力集中、零件的表面状态和零件的大小等都有很大的关系**
- 材料性能一定的情况下，一个零件在同一应力水平的应力作用下，
  - 循环特征 r 越大，即越接近静应力，或循环次数 N 越小，零件越不易损坏，即其极限应力越高；
  - 反之，零件易损坏，极限应力下降

循环次数 N 不同时的疲劳极限



疲劳曲线
σ-N曲线
S-N曲线

σ_r即为该材料的疲劳极限，所对应的循环次数N_0，称为**<u>循环基数</u>**

σ_{rN}即为应力循环次数为 N 时（有限寿命）的极限应力，称为**<u>条件疲劳极限</u>**

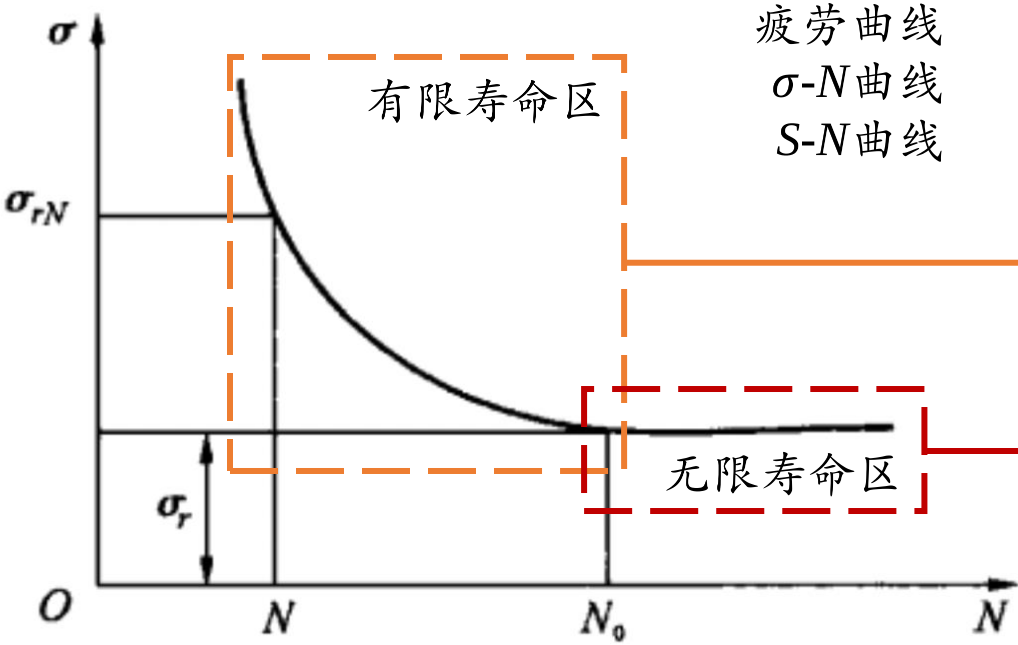
零件（或材料）承受变应力的循环次数愈少，其极限应力愈高

用一组标准试件按规定试验方法进行疲劳试验，应力循环特征为 r 时，试件受“无数”次应力循环作用而不发生疲劳断裂的最大应力值，即为**<u>变应力时的极限应力</u>**，称为**<u>材料的疲劳极限</u>**（或称持久极限），用 σ_r 表示

- σ_{-1}：**<u>对称循环变应力下</u>**的疲劳极限($r=-1$)
- σ_0：**<u>脉动循环变应力下</u>**的疲劳极限($r=0$)

不同材料的 σ_{-1} 和 σ_0 可查表获得

循环次数 N 不同时的疲劳极限



疲劳曲线
σ-N曲线
S-N曲线

零件（或材料）所受的应力增加，该零件（或材料）到破坏为止能承受的变应力循环次数减少；反之，应力减小，能承受的变应力循环次数增加

当应力减小到某一数值时，应力循环次数可达“无数”次而不发生疲劳破坏。

试验研究指出，疲劳曲线可以用下式表示

$$\sigma^m N = \text{常数}$$

m：与材料性能、应力状态等有关的指数，其值可由有关手册查得

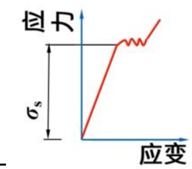
$$\sigma_{rN} = \sqrt[m]{\frac{N_0}{N}}\sigma_r = \underbrace{K_N}_{\text{寿命系数}}\sigma_r$$

$$\sigma_{rN}^m N = \text{常数} = \sigma_r^m N_0$$

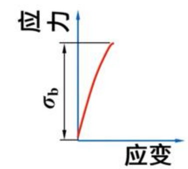
应力循环特征不同时材料的疲劳极限

- 材料相同但应力循环特征 r 不同时，其极限应力 σ_r 不同
  - 对称循环变应力时（最小）< 脉动循环变应力时 < 静应力时（最大）
    - 极限应力：$\sigma_{-1} < \sigma_0 < \sigma_S$（或$\sigma_b$），可**<u>试验获得</u>**
  - 非对称循环变应力：可利用简化的极限应力图**<u>直接求得</u>**

- 对于任一种材料，若 σ_{-1}、σ_0、σ_S、σ_b 为已知
  - ***<u>以平均应力 σ_m 为横坐标，应力幅 σ_a 为纵坐标～Why?</u>***



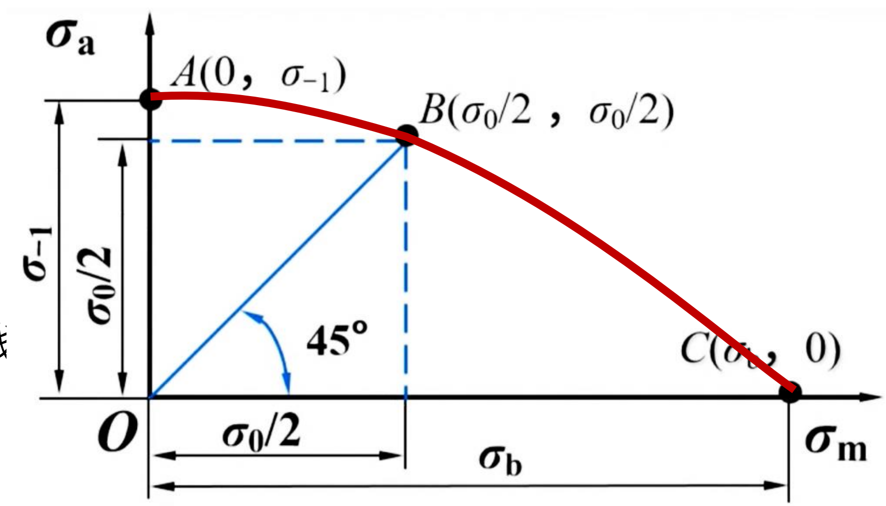
塑性材料



脆性材料

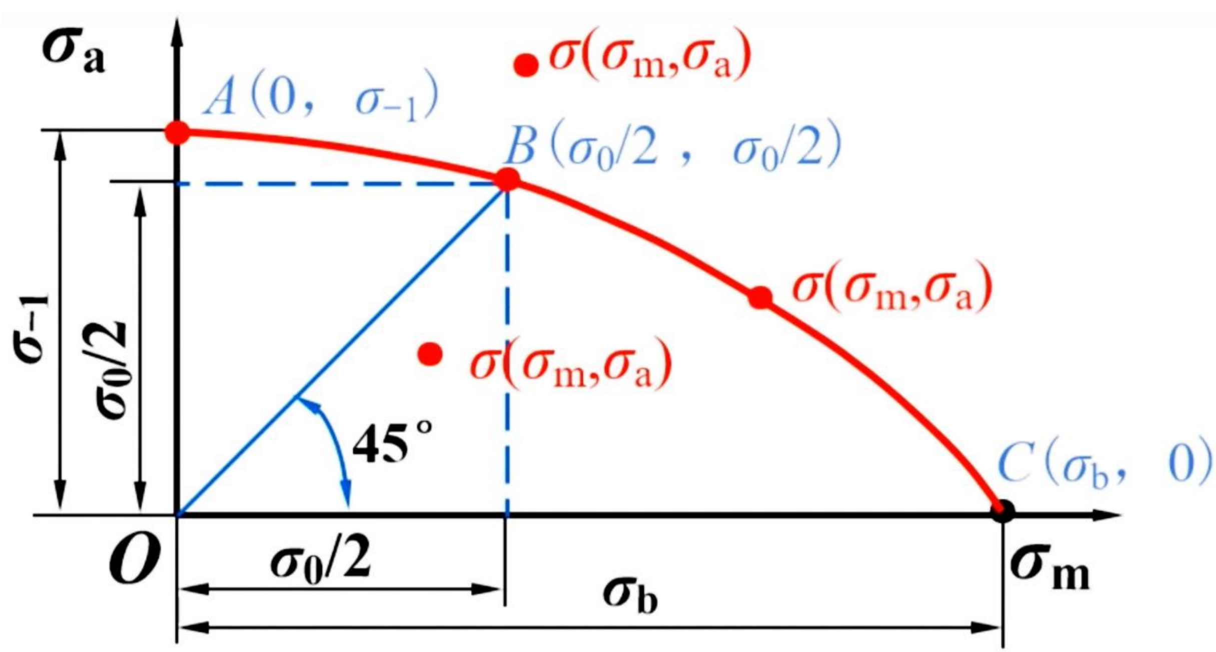
- A: $r = -1$时，$\sigma_m = 0$，$\sigma_a = \sigma_{-1}$
- B: $r = 0$时，$\sigma_m = \sigma_a = \sigma_0/2$
- C: $r = 1$时，$\sigma_m = \sigma_b$，$\sigma_a = 0$

- 连接 ABC 得一曲线，近似于抛物线
  即为材料的极限应力曲线



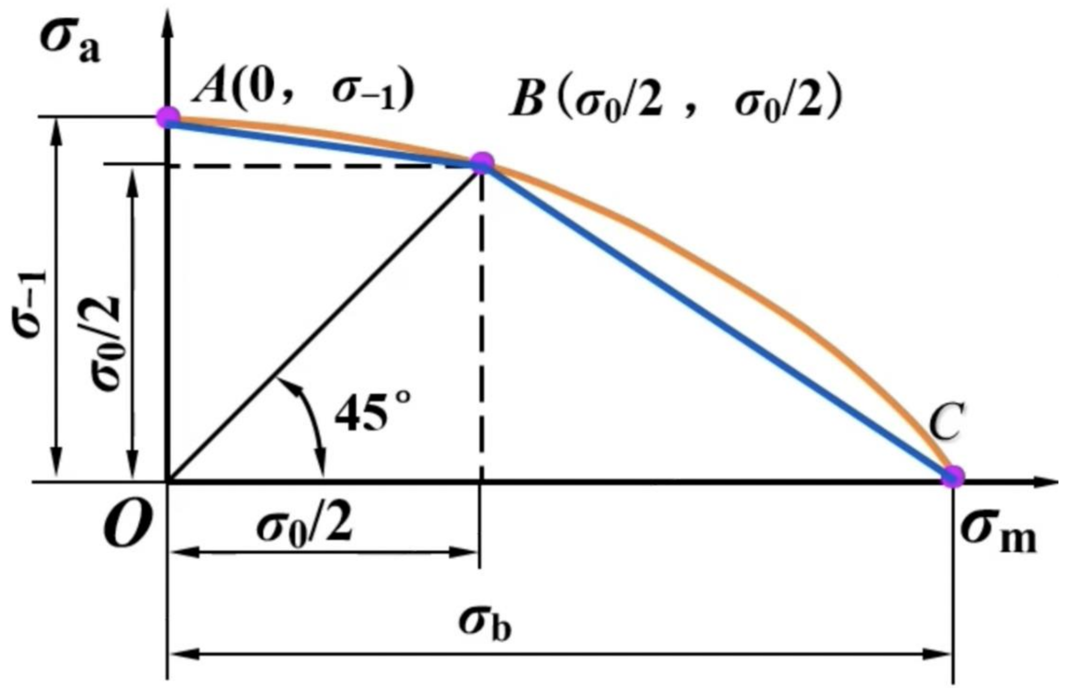
材料的极限应力图

- **该曲线上的任一点都代表了某一个 r 时的疲劳极限 σ_r**
  - 材料是否发生疲劳破坏的分界线，区域 OABC 为安全区
  - 若工作应力 $\sigma(\sigma_m,\sigma_a)$ 位于 OABC 内，则不会发生疲劳
  - 若工作应力 $\sigma(\sigma_m,\sigma_a)$ 位于 OABC 外，则会产生疲劳
  - 若工作应力 $\sigma(\sigma_m,\sigma_a)$ 位于 ABC 上，则处于临界状态



简化极限应力图

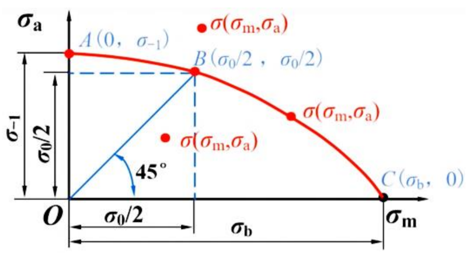
- 简化的极限应力图：
    - 为便于计算，常将极限应力图简化，**<u>用折线代替曲线</u>**
- 方法：
    - 用直线连接 A、B、C，折线 ABC 即为**<u>简化的极限应力图</u>**



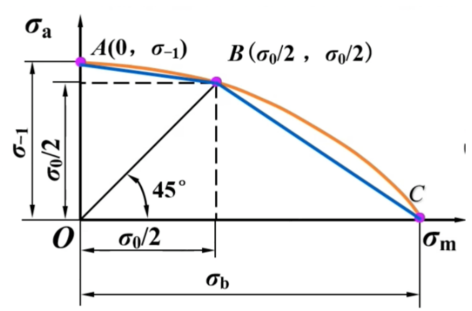
相比真实测量结果，简化后的极限应力图计算的极限应力更加保守还是更加激进?

塑性材料简化的极限应力图

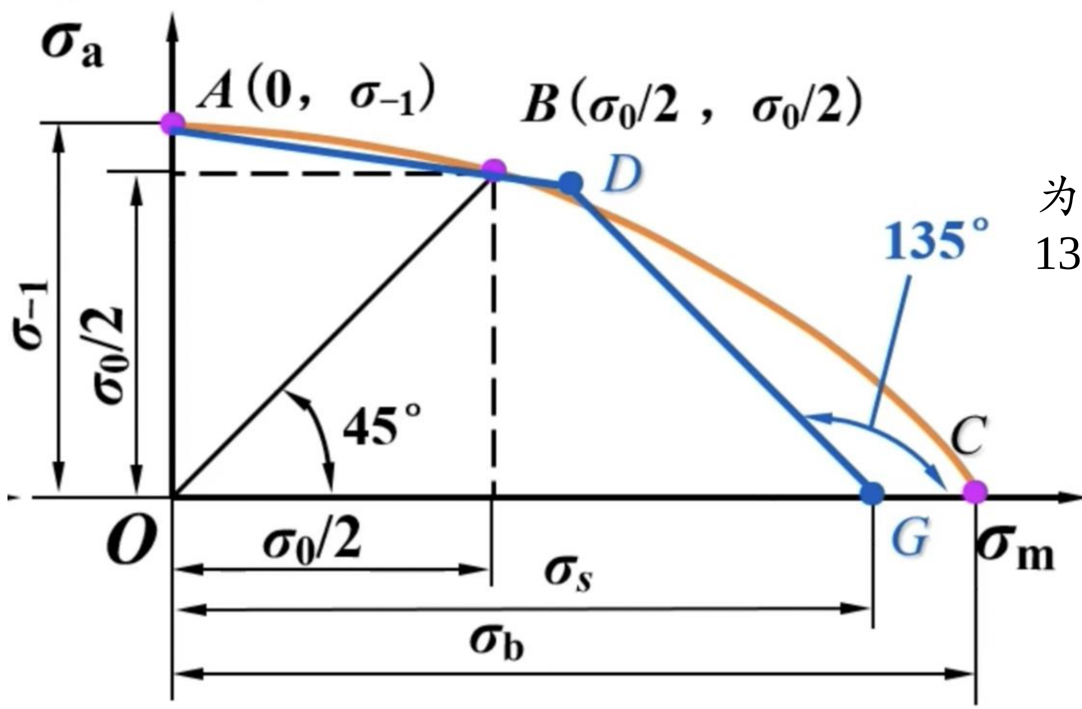
- 对于塑性材料，静应力时的极限应力实际上应为 σ_S
- 过 G 点作 135° 斜线，与 AB 连线的延长线交于 D 点
- 则折线 ADG 即为**塑性材料简化的极限应力图**



真实测量的材料极限应力图



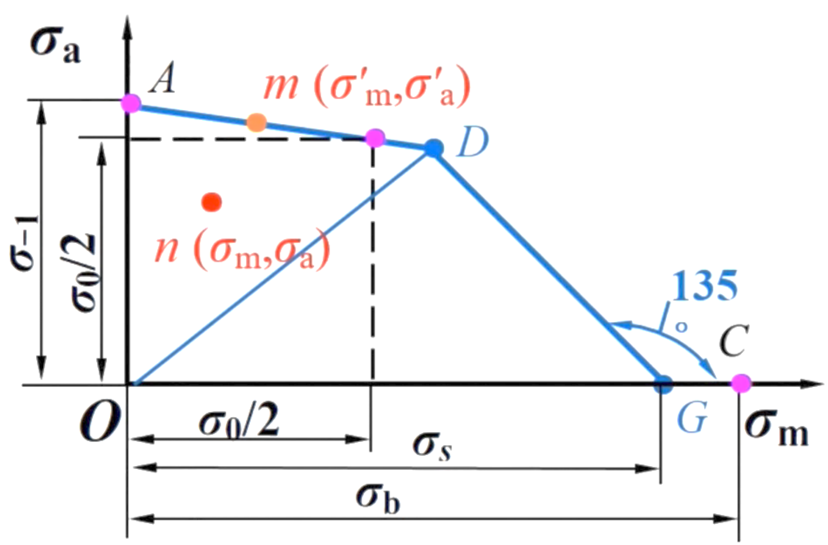
简化的材料极限应力图



为何选取135度?

使用极限应力图确定疲劳极限

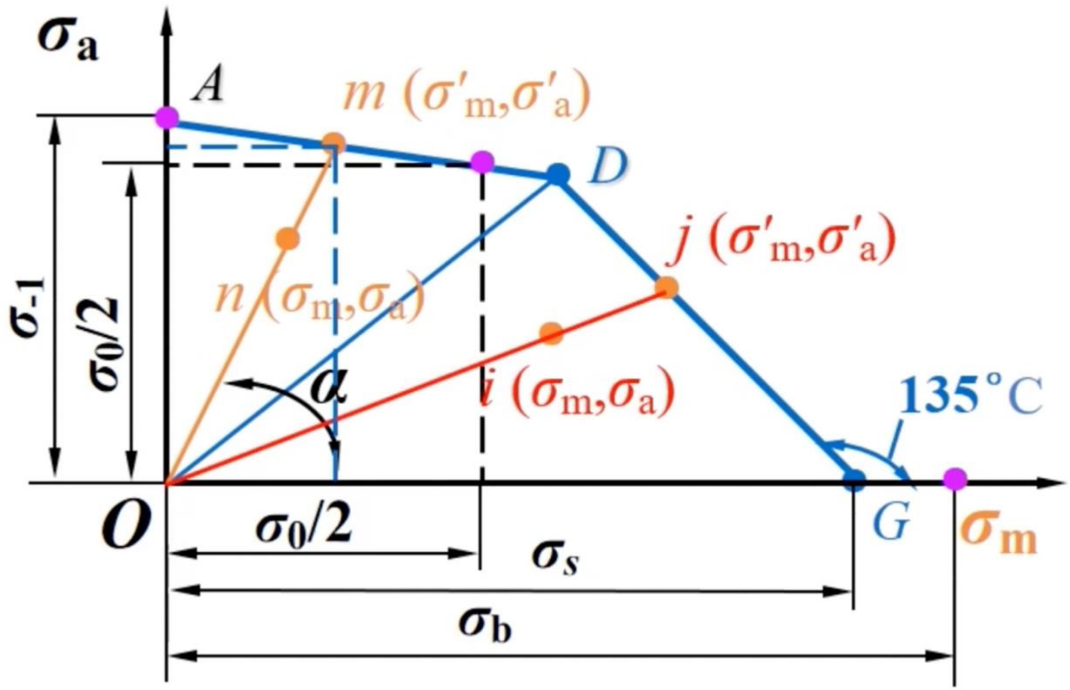
- 连接 OD，将极限应力图分解成两个区域：
  - OAD 为**疲劳安全区**
    - 零件的强度取决于**疲劳强度**，**疲劳极限**由线段 AD 确定
  - ODG 为**塑性安全区**
    - 零件的强度取决于**静强度**，**极限应力**由线段 DG 确定
- 若已知零件的工作应力，如何确定其疲劳极限？



1. 根据工作应力 σ_{max}、σ_{min}
2. 求出 σ_m、σ_a
3. 在极限应力图中标出工作应力点 n
4. 在 ADG 上找到相应的极限应力点 $m(\sigma'_m,\sigma'_a)$
5. 得到零件在此应力状态下的极限应力 $\sigma_r=\sigma'_{max}=\sigma'_m+\sigma'_a$

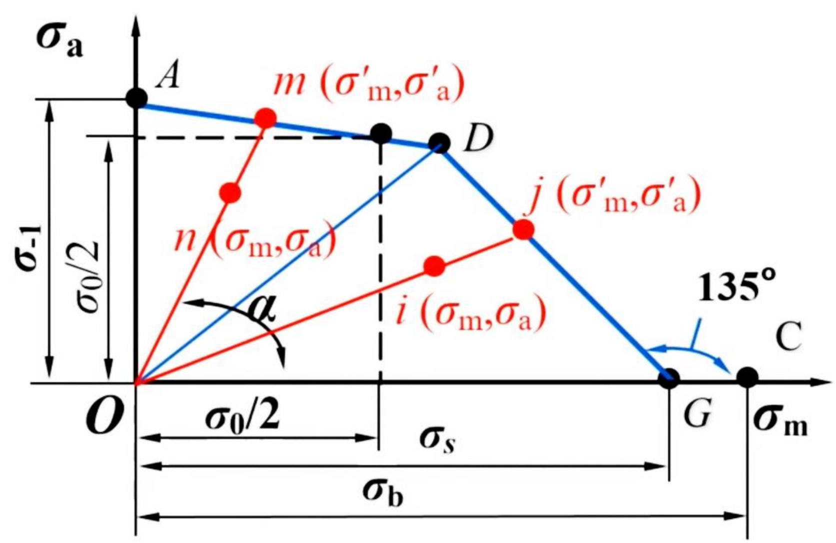
由工作应力确定疲劳极限（作图法）

- 极限应力点与工作应力点 *n* 的循环特征 *r* 相同
- 从原点引射线 *On* 交 *AD* 于 *m* 点，此点即极限应力点
- 该射线上各点的 *r* 均相等



由工作应力确定疲劳极限（计算法）

- 根据直线方程，求出极限应力点的坐标值，不需画图。
  - 直线 Om 的方程：$\sigma'_a/\sigma'_m = \sigma_a/\sigma_m$
  - 直线 AD 的方程：$\sigma_{-1} = \sigma'_a + \frac{2\sigma_{-1}-\sigma_0}{\sigma_0}\sigma'_m = \sigma'_a + \psi_\sigma\sigma'_m$
  - 联立求得：$\sigma'_a = \frac{\sigma_{-1}\sigma_a}{\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}, \sigma'_m = \frac{\sigma_{-1}\sigma_m}{\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}$
  - 疲劳极限 $\sigma_r = \sigma'_{max} = \sigma'_m + \sigma'_a = \frac{\sigma_{-1}(\sigma_a+\sigma_m)}{\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}$



塑性材料零件的极限应力图

- **应力集中**：在零件剖面的几何形状突然变化的情况（如孔、圆角、键槽、螺纹等）下，局部应力远大于名义应力的现象
  - **引入应力集中系数 K_σ、K_τ**

- **绝对尺寸**：其他条件相同（包括剖面上的应力大小）时，零件剖面的绝对尺寸越大，其疲劳极限就越低。这是由于尺寸大时，材料晶粒粗，出现缺陷的概率多和机加工后表面冷作硬化层（对提高疲劳强度相对有利）相对较薄
  - **引入绝对尺寸系数 ε_σ、ε_τ**

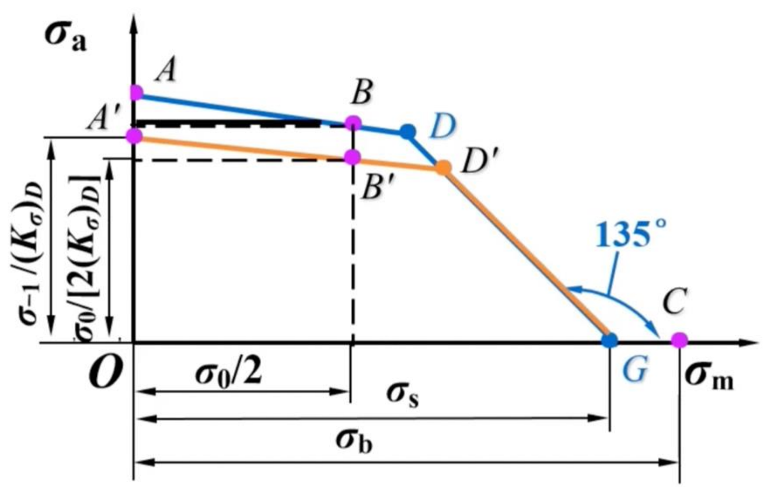
- **表面状态**：其他条件相同时，改善零件表面光滑程度或进行强化处理（如喷丸、表面热处理、表面化学处理等），都可以提高机械零件的疲劳强度
  - **引入表面状态系数 β**

考虑应力集中、绝对尺寸、表面状态时的极限应力，引入**综合影响系数**

$$(K_\sigma)_D=\frac{K_\sigma}{\varepsilon_\sigma\,\beta}$$

$$(K_\tau)_D=\frac{K_\tau}{\varepsilon_\tau\,\beta}$$

由试验得知，应力集中、绝对尺寸和表面状态**只对变应力的应力幅部分产生影响**



塑性材料零件的极限应力图

- OA’D’：零件的疲劳安全区
- OD’G’：零件的塑性安全区

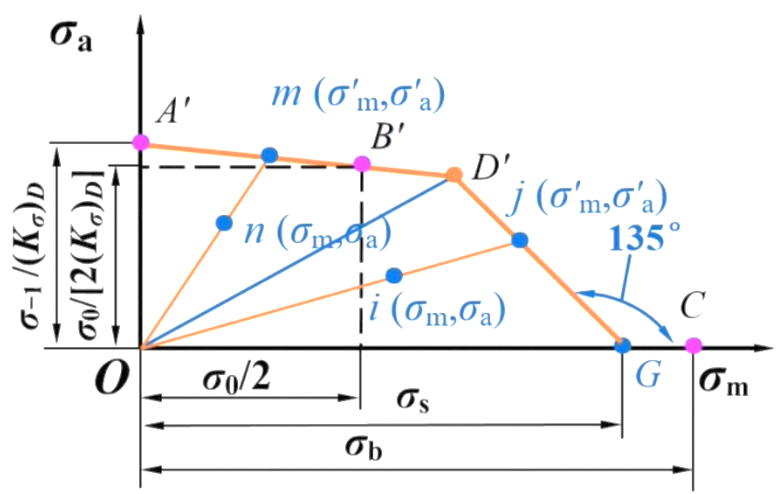
考虑应力集中、绝对尺寸、表面状态时的极限应力

$$(K_\sigma)_D = \frac{K_\sigma}{\varepsilon_\sigma \beta}$$
$$(K_\tau)_D = \frac{K_\tau}{\varepsilon_\tau \beta}$$

- OD’对应的循环特征

$$r_{D'} = \frac{[(K_\sigma)_D + \psi_\sigma]\sigma_S - 2\sigma_{-1}}{[(K_\sigma)_D - \psi_\sigma]\sigma_S}$$

由试验得知，应力集中、绝对尺寸和表面状态**只对变应力的应力幅部分产生影响**



- 对于塑性材料，零件的极限应力 σ_r
  - 当 $r < r_{D'}$ 时， $\sigma_r = \frac{\sigma_{-1}(\sigma_a+\sigma_m)}{(K_\sigma)_D\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}$
  - 当 $r \geq r_{D'}$ 时， $\sigma_r = \sigma_S$
  - $\psi_\sigma = \frac{2\sigma_{-1}-\sigma_0}{\sigma_0}$

塑性材料零件的安全系数及强度条件

- 计算安全系数： $S_\sigma=\dfrac{\sigma_{\mathrm{lim}}}{\sigma_{\mathrm{max}}}$

- OA’D’：塑性材料零件的疲劳安全区

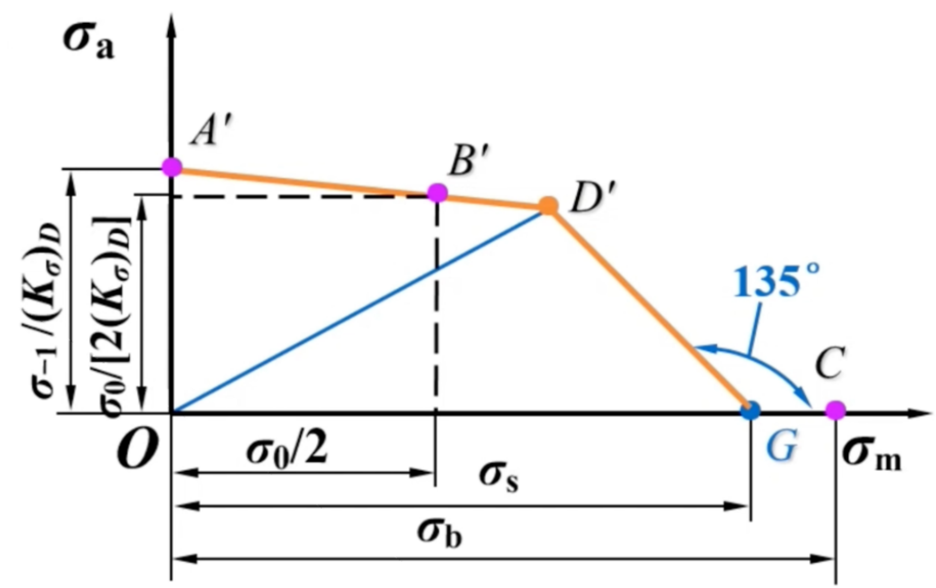
$$S_\sigma=\frac{\sigma_{\mathrm{lim}}}{\sigma_{\mathrm{max}}}=\frac{\sigma_{\mathrm{r}}}{\sigma_{\mathrm{m}}+\sigma_{\mathrm{a}}}=\frac{\sigma_{-1}}{(K_\sigma)_D\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}\geq[S]$$

$$\sigma_r=\frac{\sigma_{-1}(\sigma_a+\sigma_m)}{(K_\sigma)_D\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}$$

- OD’G’：塑性材料零件的塑性安全区

$$S_\sigma=\frac{\sigma_{\mathrm{lim}}}{\sigma_{\mathrm{max}}}=\frac{\sigma_S}{\sigma_{\mathrm{m}}+\sigma_{\mathrm{a}}}\geq[S]$$

$$\sigma_r=\sigma_S$$



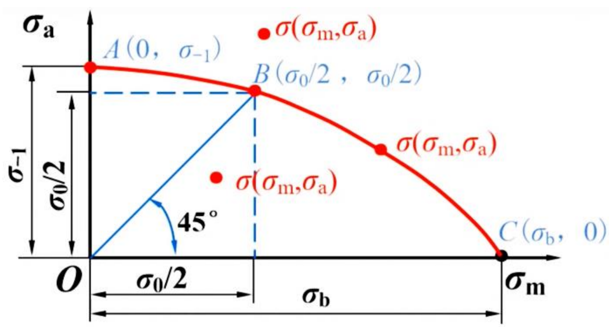
极限应力图的演变与应用

OA’D’：塑性材料零件的疲劳安全区

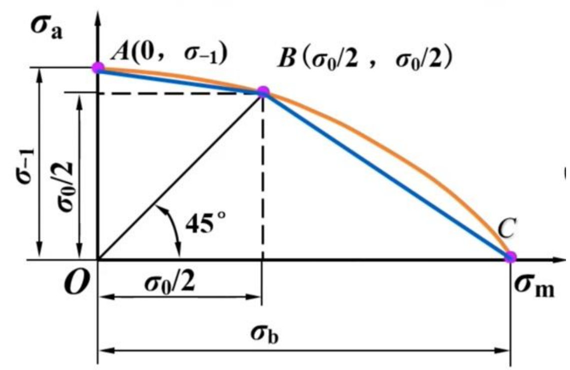
$$S_\sigma=\frac{\sigma_{\lim}}{\sigma_{\max}}=\frac{\sigma_r}{\sigma_m+\sigma_a}=\frac{\sigma_{-1}}{(K_\sigma)_D\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}\geq[S]$$

OD’G’：塑性材料零件的塑性安全区

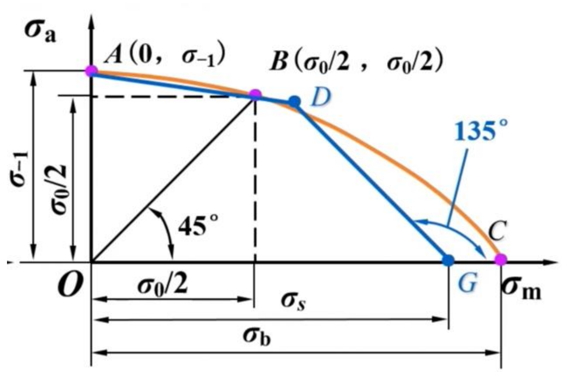
$$S_\sigma=\frac{\sigma_{\lim}}{\sigma_{\max}}=\frac{\sigma_S}{\sigma_m+\sigma_a}\geq[S]$$



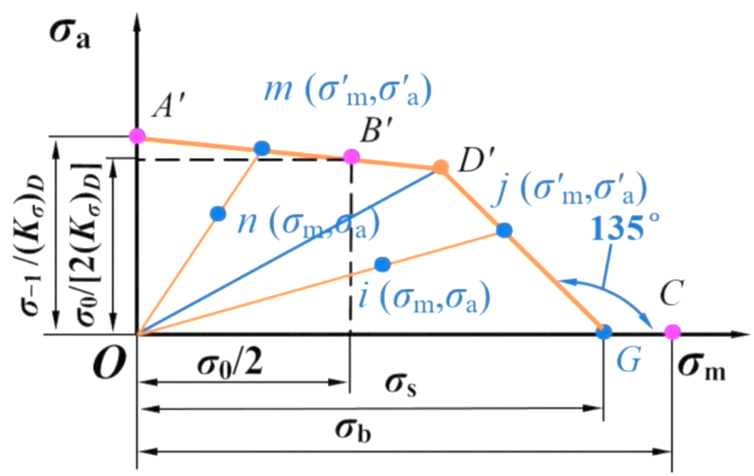
真实测量的
材料极限应力图



简化的
材料极限应力图



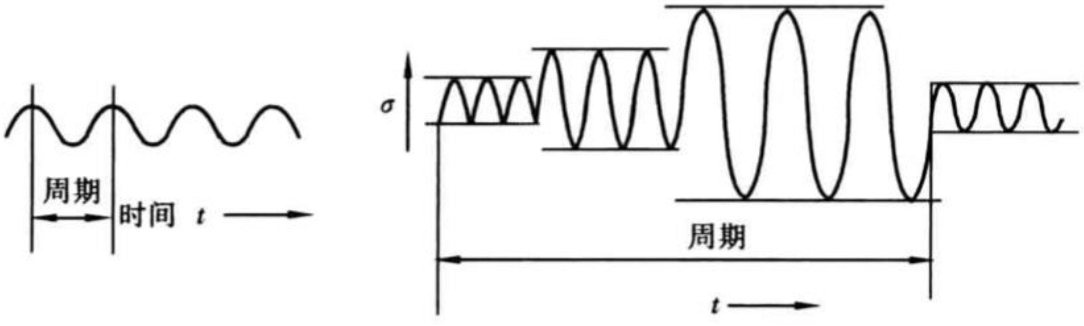
塑性材料简化的
材料极限应力图



考虑应力集中、绝对尺寸表面状态后
塑性材料零件的
极限应力图

零件在变应力作用下，其极限应力和安全系数的确定

- 应力的**循环特性**和**循环次数**不同，其极限应力和安全系数确定的方法也不相同



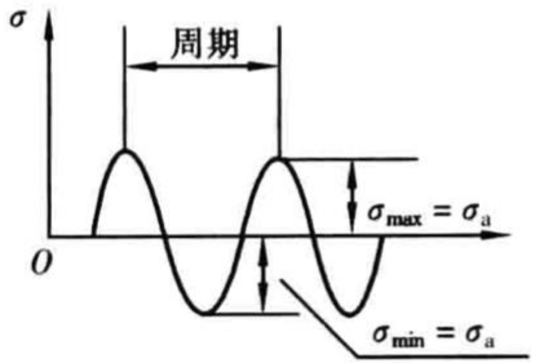
（a）稳定循环变应力　（b）非稳定循环变应力

- 稳定循环简单变应力
  - 对称循环变应力$(r=-1)$
  - 脉动循环变应力$(r=0)$
  - 非对称循环变应力$(-1<r<0$ 和 $0<r<1)$

- 以 N_0 表示应力循环的基本循环次数
  - 实际应力循环次数 N 可以大于或小于 N_0

应力循环次数 $N = N_0$ 时，对称循环变应力下

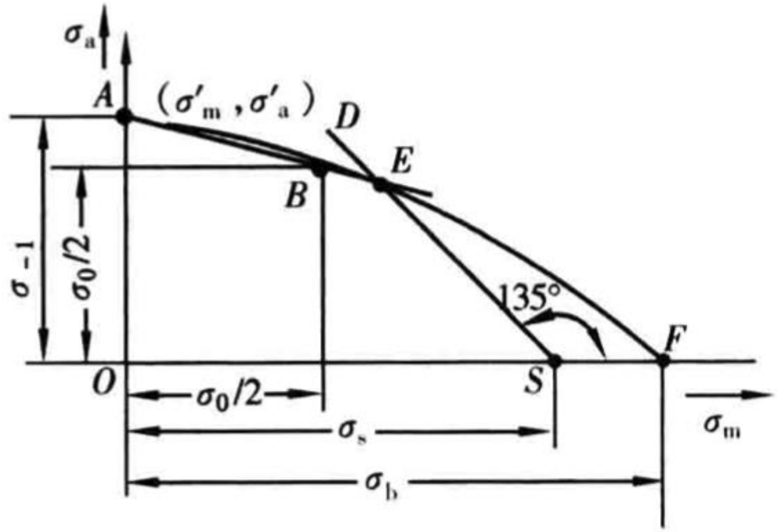
- **最基本的应力，其极限应力由实验确定，在有关手册中可以查到**



- 对称循环变应力($r = -1$)时，极限应力为 σ_{-1}（或 τ_{-1}）
  - 安全系数为极限应力与工作应力之比，即 $S =$ 极限应力/工作应力
- 安全系数：$S_{ca} = \dfrac{\sigma_{-1}}{\sigma_a}$
- 考虑应力集中等因素的影响，$S_{ca} = \dfrac{\sigma_{-1}}{K_\sigma \sigma_a}$
  - 零件极限应力的综合影响系数：$K_\sigma = \dfrac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma \beta}$
  - 应力集中： k_σ | 零件绝对尺寸： ε_σ | 零件表面状态： β

应力循环次数 $N = N_0$ 时，非对称循环变应力下

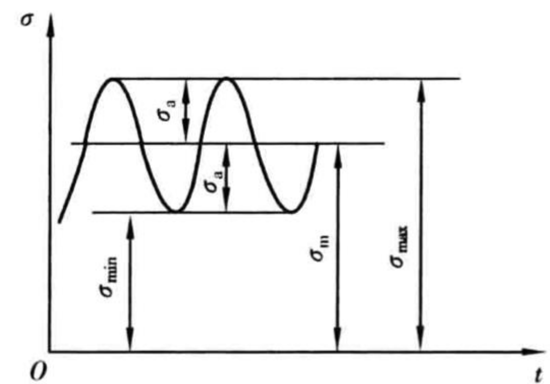
- 需要借助于极限应力图
  - 若材料在$N = N_0$、$r = -1$ 时的极限应力为 σ_{-1}
  - 若材料在$N = N_0$、$r = 0$ 时的极限应力为 σ_0
  - 静应力 $(r = +1)$ 时的抗粒强度极限和屈服强度分别为 σ_b 和 σ_s



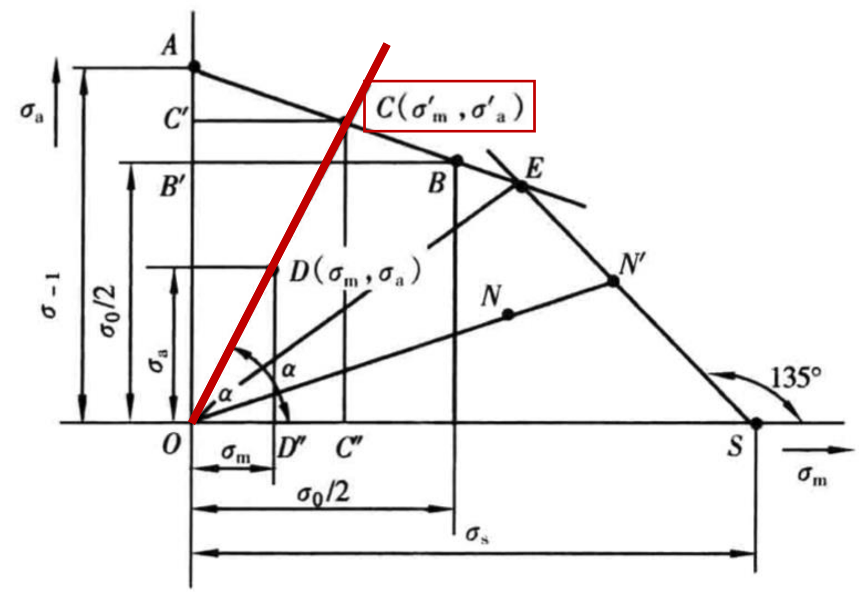
- 图中曲线 ABF 为极限应力曲线
  - 点 A 为对称循环点 $(0, \sigma_{-1})$
  - 点 B 为脉动循环点 $\left(\frac{\sigma_0}{2}, \frac{\sigma_0}{2}\right)$
  - 点 F 为静应力点 $(\sigma_b, 0)$
- 对于塑性材料，曲线 ABF 可以简化为两根折线 AE 和ES
  - AES 为简化后的极限应力曲线
  - 其上的任一点 (σ'_m, σ'_a) 是与之相应的某一循环特性 r 时的极限应力
  - 即 $\sigma_r = \sigma'_m + \sigma'_a$

应力循环次数 $N = N_0$ 时，非对称循环变应力下

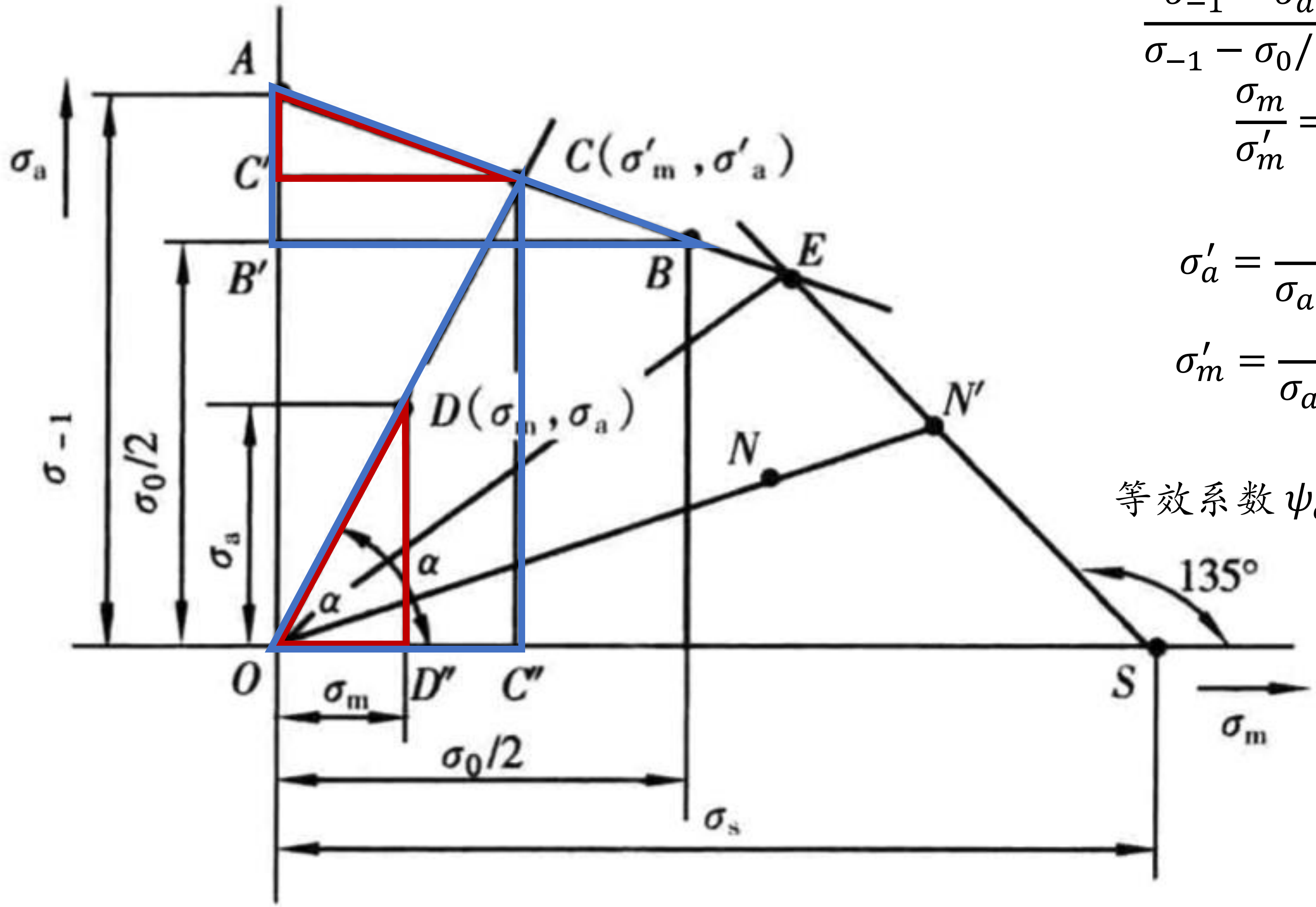
- 循环特性 $r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_m - \sigma_a}{\sigma_m + \sigma_a} = \frac{1-\sigma_a/\sigma_m}{1+\sigma_a/\sigma_m} \in [-1, 1]$
  - $\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a$ 最大应力
  - $\sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a$ 最小应力
  - $\sigma_a = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})/2$ 应力幅（总为正）
  - $\sigma_m = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min})/2$ 平均应力



- 连接原点 O 与点 D (σ_m, σ_a) 并延长之，使之与极限应力曲线相交于点 C，设OC 与横坐标的夹角为 α
  - $r = \frac{1-\sigma_a/\sigma_m}{1+\sigma_a/\sigma_m} = \frac{1-\tan\alpha}{1+\tan\alpha}$ 或 $\tan\alpha = \frac{1-r}{1+r}$
- 过原点 O 作任一与横坐标成 α 角的直线
  - 相当于某一应力循环特性 r，D 为其上的点
- 使之与极限应力曲线相交于点 C
  - 点 C (σ_m', σ_a') 即为该循环特性时的极限应力点
- 其极限应力为 $\sigma_r = \sigma_m' + \sigma_a'$



应力循环次数 $N = N_0$ 时，非对称循环变应力下



$$\left.\begin{aligned} \frac{\sigma_{-1} - \sigma'_a}{\sigma_{-1} - \sigma_0/2} &= \frac{\sigma'_m}{\sigma_0/2} \\ \frac{\sigma_m}{\sigma'_m} &= \frac{\sigma_a}{\sigma'_a} \end{aligned}\right\}$$

$$\sigma'_a = \frac{\sigma_{-1}\sigma_a}{\sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m}$$

$$\sigma'_m = \frac{\sigma_{-1}\sigma_m}{\sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m}$$

等效系数 $\psi_\sigma = \frac{(2\sigma_{-1} - \sigma_0)}{\sigma_0}$

应力循环次数 $N=N_0$ 时，非对称循环变应力下

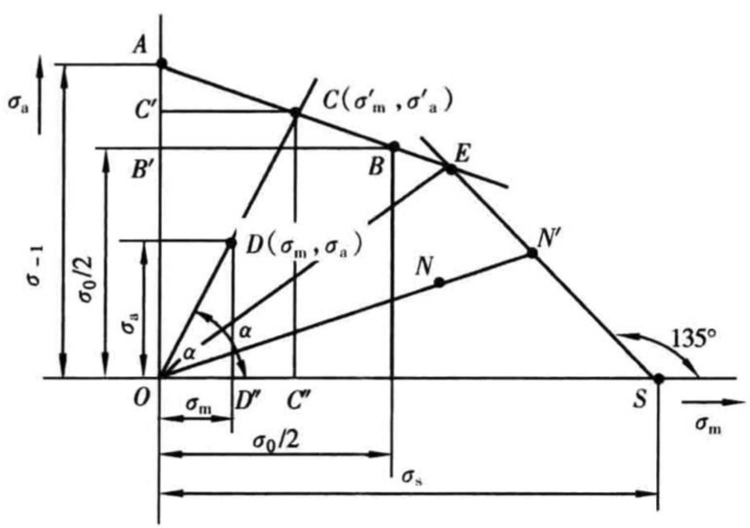
- 由此可求得包括脉动循环在内的任意应力循环特性下的
  - 极限应力 $\sigma_r=\sigma'_m+\sigma'_a=\frac{\sigma_{-1}(\sigma_a+\sigma_m)}{\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}$
  - 安全系数 $S_{ca}=\frac{\sigma_r}{\sigma_{max}}=\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}$

$$\left.\begin{array}{c}\dfrac{\sigma_{-1}-\sigma'_a}{\sigma_{-1}-\sigma_0/2}=\dfrac{\sigma'_m}{\sigma_0/2}\\[2ex] \dfrac{\sigma_m}{\sigma'_m}=\dfrac{\sigma_a}{\sigma'_a}\end{array}\right\}$$

- 若考虑应力集中等因素的影响，安全系数 $S_{ca}=\frac{\sigma_{-1}}{K_\sigma\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}$

$$\sigma'_a=\frac{\sigma_{-1}\sigma_a}{\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}$$

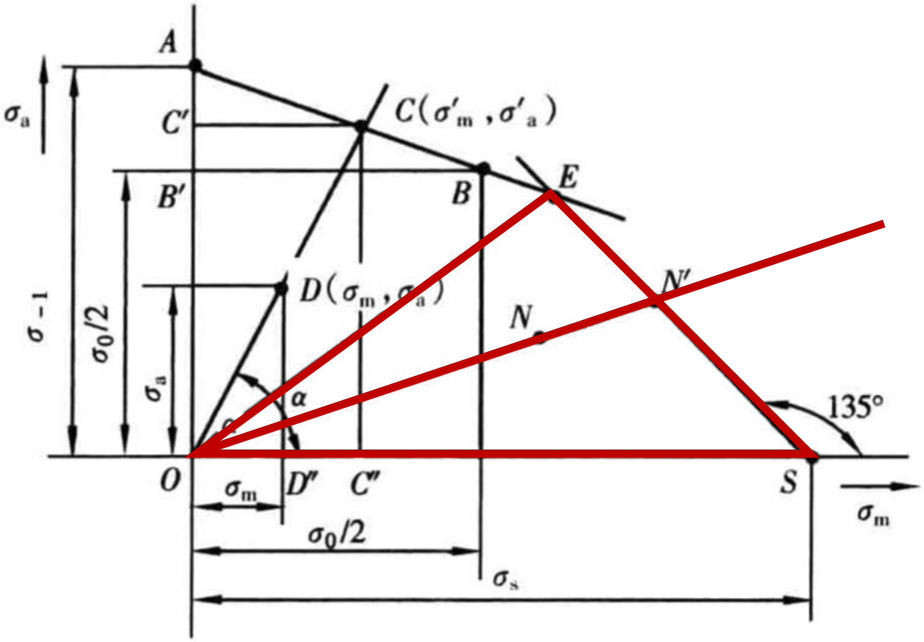
$$\sigma'_m=\frac{\sigma_{-1}\sigma_m}{\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}$$



等效系数 $\psi_\sigma=\frac{(2\sigma_{-1}-\sigma_0)}{\sigma_0}$

应力循环次数 $N = N_0$ 时，非对称循环变应力下

- 对应于点 N 的极限应力点 N' 位于直线 ES 上
  - 此时的极限应力为屈服强度 σ_s
- 工作应力点 N 时，首先可能发生的是屈服失效，只需进行零件的静强度计算
  - 其计算屈服失效的安全系数为 $S_{ca} = \frac{\sigma_s}{\sigma_{max}} = \frac{\sigma_s}{\sigma_a+\sigma_m}$
- 凡是工作应力点位于 **OES** 区域内时，极限应力为屈服强度，故都只需对零件进行静强度计算



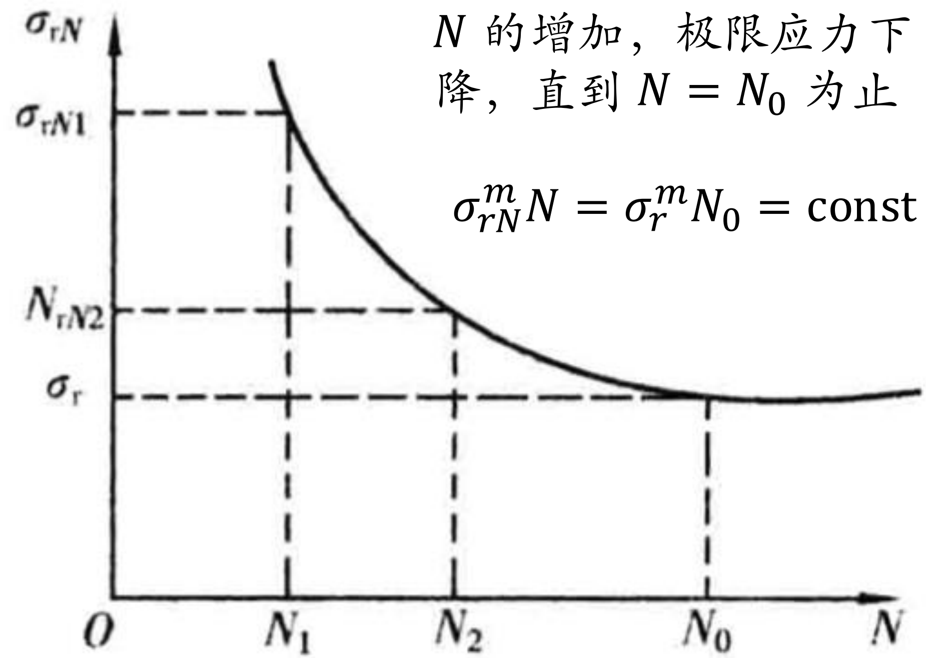
应力循环次数 $N < N_0$ 时

- 应力循环次数为 N 时的极限应力 $\sigma_{rN} = \sqrt[m]{\frac{N_0}{N}}\sigma_r = K_N\sigma_r$
  - $N = N_0$ 时任意循环特性 r 所对应的极限应力： $\sigma_r = \frac{\sigma_{-1}(\sigma_a+\sigma_m)}{\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}$
  - 寿命系数： $K_N = \sqrt[m]{\frac{N_0}{N}}$
- 安全系数
  - $S_{ca} = \frac{\sigma_{rN}}{\sigma_{max}} = \frac{K_N\sigma_r}{\sigma_a+\sigma_m} = \frac{K_N\sigma_{-1}}{\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}$
  - $S_{ca} = \frac{K_N\sigma_{-1}}{K_\sigma\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}$ （考虑应力集中等因素）
- 若变应力为对称循环应力，则
  - 极限应力为 $\sigma_{-1N} = K_N\sigma_{-1}$
  - 安全系数为 $S_{ca} = \frac{K_N\sigma_{-1}}{K_\sigma\sigma_a}$
- 若取 $\sigma_a = \sigma_m$，则 $S_{ca} = \frac{K_N\sigma_{-1}}{K_\sigma\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}$ 即为脉动循环应力时的安全系数计算公式

实验研究表明，材料的极限应力与应力循环次数有密切关系

当应力循环特性 r 一定时，随着应力循环次数 N 的增加，极限应力下降，直到 $N = N_0$ 为止

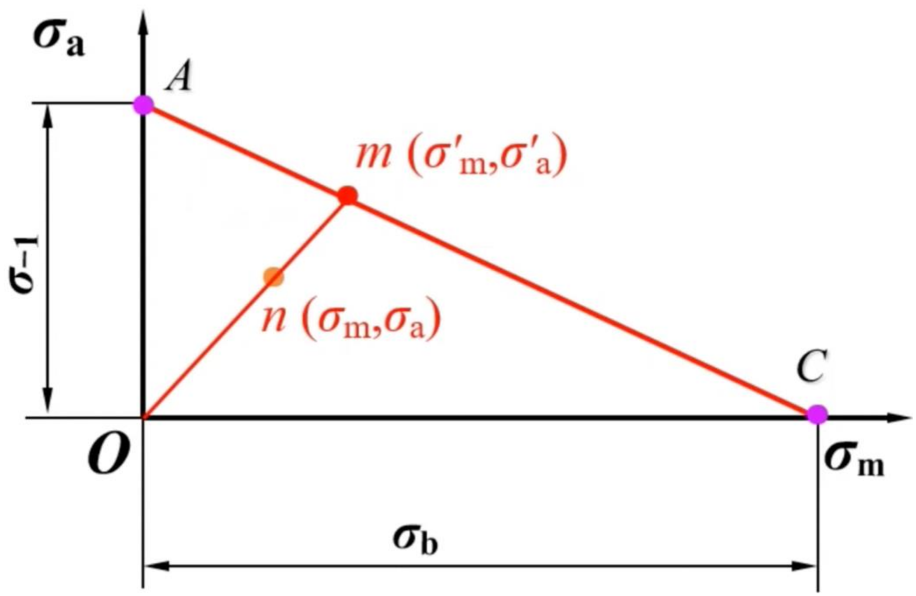
$$\sigma_{rN}^m N = \sigma_r^m N_0 = \text{const}$$



脆性材料的极限应力图

- 对于塑性很低的脆性材料，例如高强度钢和铸铁，其极限应力常用极限应力图中的 AC 直线来描述，可得这种材料的极限应力为

$$\sigma_r=\frac{\sigma_{-1}(\sigma_a+\sigma_m)}{\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}，\quad 等效系数\ \psi_\sigma=\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_b}$$

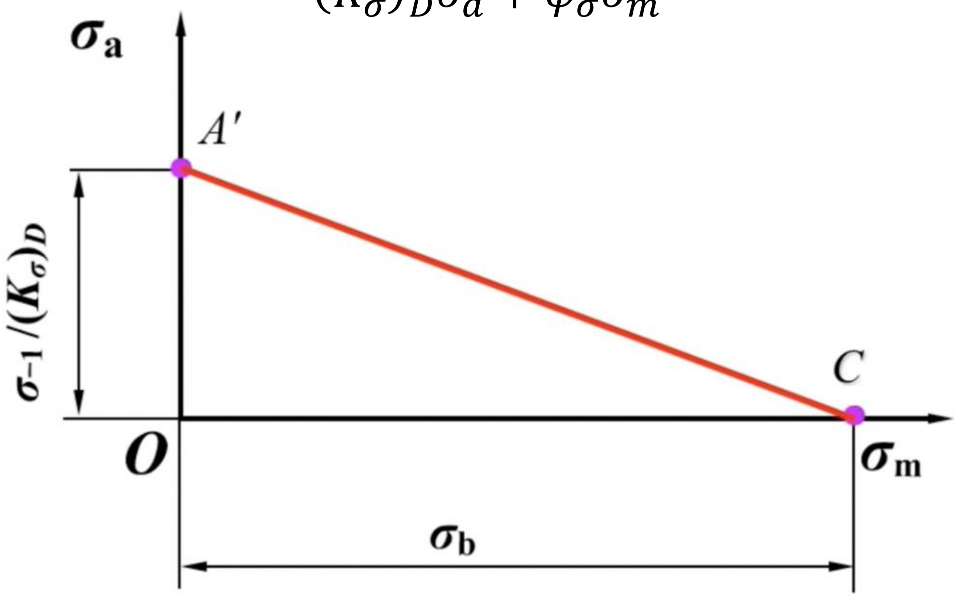


对于脆性材料零件，引入**综合影响系数**

$$\sigma_r=\frac{\sigma_{-1}(\sigma_a+\sigma_m)}{(K_\sigma)_D\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}$$

脆性材料零件的安全系数及强度条件

$$S_\sigma=\frac{\sigma_{-1}}{(K_\sigma)_D\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}\geq[S]$$



剪应力作用时的疲劳强度条件

- 前面所有公式是针对正应力 σ 导出的，但同样适用于剪应力 τ 作用的情况，将 σ 换成 τ 即可

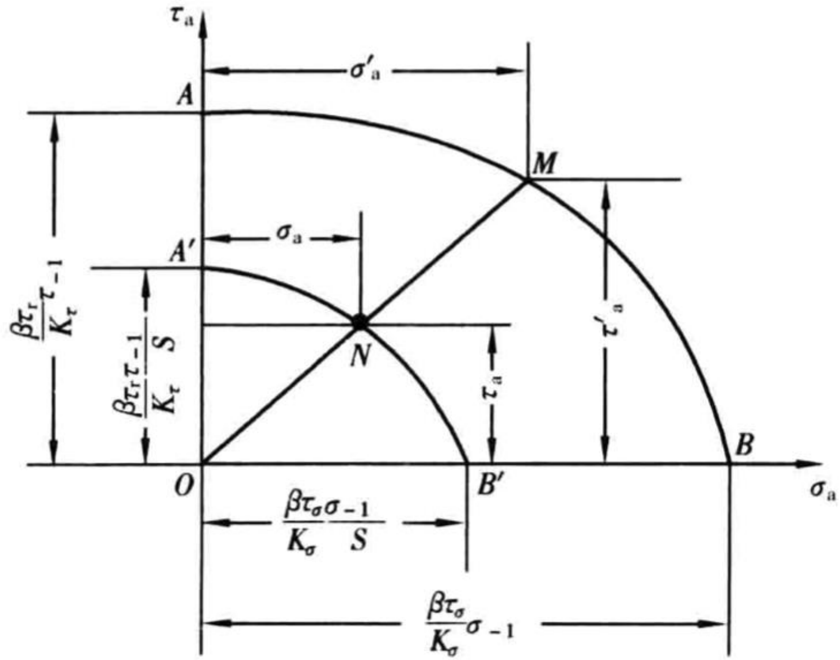
- 剪应力作用时塑性材料的安全系数
  - 疲劳区： $S_\tau = \dfrac{\tau_{-1}}{(K_\tau)_D\ \tau_a + \psi_\tau\ \tau_m} \geq [S]$
  - 塑性区： $S_\tau = \dfrac{\tau_S}{\tau_\mathrm{m} + \tau_\mathrm{a}} \geq [S]$

- 剪应力作用时脆性材料的安全系数
  - $S_\tau = \dfrac{\tau_{-1}}{(K_\tau)_D\ \tau_a + \psi_\tau\ \tau_m} \geq [S]$

稳定循环复杂变应力时极限应力和安全系数的确定

- 若在零件的同一断面上有弯曲应力和扭转应力，则该断面的应力状态为复杂应力状态
  - 安全系数：只受弯曲应力 => $S_\sigma = \frac{K_N\sigma_{-1}}{K_\sigma\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}$ | 只受扭转应力时 => $S_\tau = \frac{K_N\tau_{-1}}{K_\tau\tau_a+\psi_\tau\tau_m}$

- $\left[\frac{\sigma_a'}{\frac{\beta\varepsilon_\sigma}{k_\sigma}\sigma_{-1}}\right]^2 + \left[\frac{\tau_a'}{\frac{\beta\varepsilon_\tau}{k_\tau}\tau_{-1}}\right]^2 = 1$
  - 实验发现，塑性材料在对称循环弯曲应力与对称循环扭转应力同相位作用下，其疲劳极限曲线近似于一条椭圆曲线 AB



- $\left[\frac{S_{ca}}{\sigma_{-1}/k_\sigma\sigma_a}\right]^2 + \left[\frac{S_{ca}}{\tau_{-1}/k_\tau\tau_a}\right]^2 = 1 \Rightarrow S_{\text{ca}} = \frac{S_\sigma S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}}$
  - 若点 N 为零件同时受到 σ_a 与 τ_a 复合作用的工作应力点，过点 N 作等安全系数曲线 A‘NB’，考虑到各种影响因素，则此零件的安全系数 $S_{ca} = \frac{\sigma_a'}{\sigma_a} = \frac{\tau_a'}{\tau_a}$
  - $S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{K_\sigma\sigma_a}$、$S_\tau = \frac{\tau_{-1}}{K_\tau\tau_a}$

复合变应力时零件的安全系数

- 实际上，很多零件同时受 σ、τ 联合作用
  - 如转轴，同时受弯曲应力和扭剪应力作用

- σ、τ 均为对称循环且相位相同时，安全系数计算式：

$$S=\frac{S_\sigma\,S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2+S_\tau^2}}\geq[S]$$

其中

$$\begin{cases}S_\sigma=\dfrac{\sigma_{-1}}{(K_\sigma)_D\,\sigma_a}\\ S_\tau=\dfrac{\tau_{-1}}{(K_\tau)_D\,\tau_a}\end{cases}$$

不是对称循环时（近似计算）

$$\begin{cases}S_\sigma=\dfrac{\sigma_{-1}}{(K_\sigma)_D\,\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}\\ S_\tau=\dfrac{\tau_{-1}}{(K_\tau)_D\,\tau_a+\psi_\tau\tau_m}\end{cases}$$

复合变应力时零件的安全系数

- 对塑性材料的零件，应按第三或第四强度理论确定强度准则
  - 第四强度理论适用于拉应力和切应力的复合应力，其强度准则为

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + 3\tau_T^2} \le [\sigma]$$

  - 第三强度理论适用于弯、扭复合应力，其强度准则为

$$\sigma = \sqrt{\sigma_W^2 + 4\tau_T^2} \le [\sigma]$$

  - 上述两种强度准则用安全系数表达为

$$S_{ca} = \frac{S_\sigma S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} \ge S$$

- 对脆性材料的零件，应按第一强度理论确定强度准则

$$\sigma = \frac{1}{2}\left[\sigma_W + \sqrt{\sigma_W^2 + 4\tau_T^2}\right] \le [\sigma]$$

  - 用安全系数表达为

$$S_{ca} = \frac{2\sigma_b}{\sigma_W + \sqrt{\sigma_W^2 + 4\tau_T^2}} \ge S$$

按应力变化规律在极限应力曲线上判定强度计算时的极限应力问题

- 显然，强度计算时所用的极限应力，是零件的极限应力曲线上的某一点所代表的应力

到底以哪一点来表示才算合适?

- 一般它与应力变化规律有关

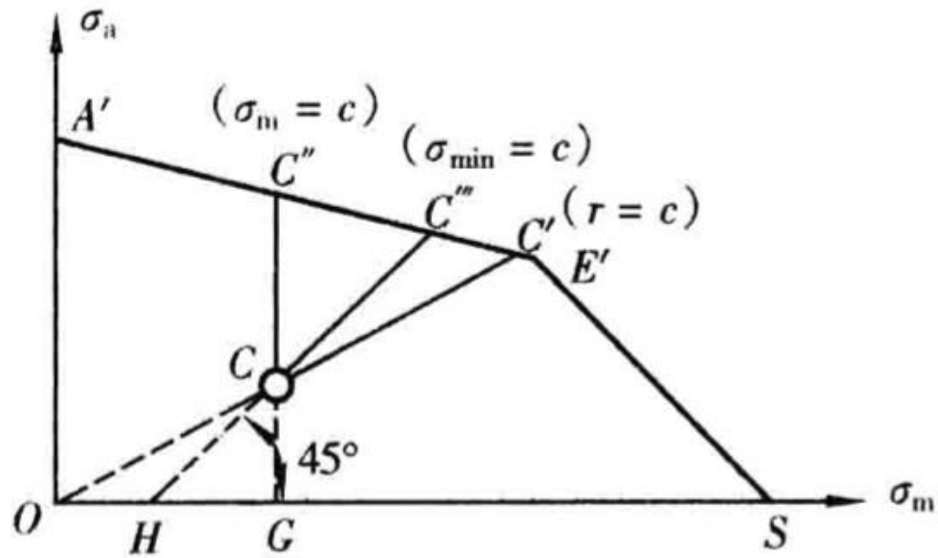
①变应力的循环特性保持不变，即 $r = c$	②变应力的平均应力保持不变，即 $\sigma_m = c$	③变应力的最小应力保持不变，即 $\sigma_{min} = c$
• 例如绝大多数转轴中的应力状态	• 例如振动着的受载弹簧中的应力状态	• 例如紧螺栓连接中螺栓受轴向变载荷时的应力状态

- 研究分析表明：同一个极限应力曲线，应力变化规律不同，即使同一个工作应力点，其极限应力也有所不同，而且其疲劳安全区及塑性安全区的划分，应根据应力变化规律来确定

极限应力的确定问题

不同应力变化规律时

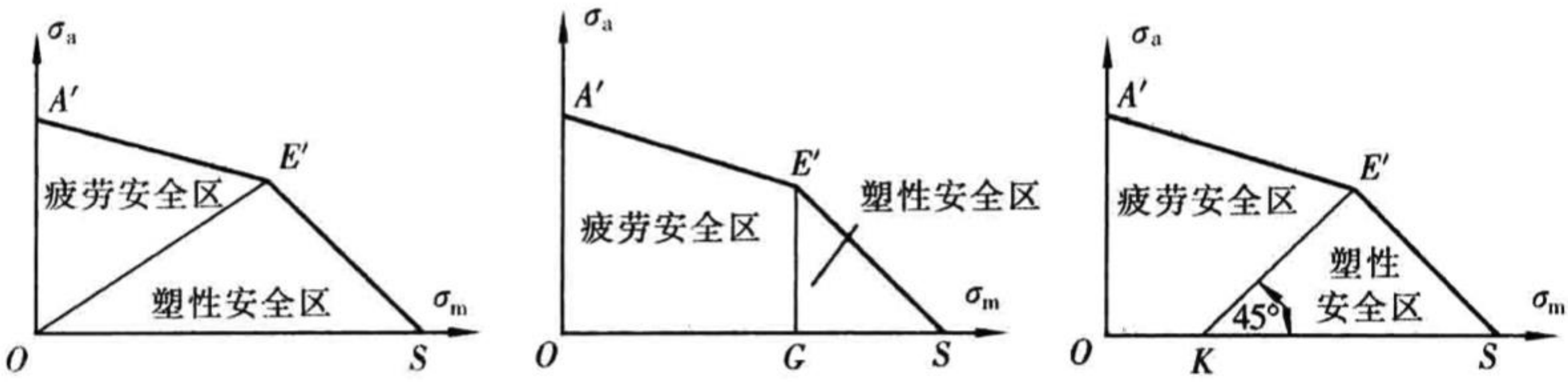
- 已知某零件的极限应力曲线AE’S，则在同一工作应力点C (σ_m, σ_a)时，三种典型应力变化规律时的疲劳极限应力确定方法



(1) $r = c$ 从坐标原点引射线通过工作应力点C，与极限应力曲线交于点C’	(2) $\sigma_m = c$ 过点C作纵坐标轴的平行线，与极限应力曲线交于点C”	(3) $\sigma_{min} = c$ 通过点C作与横坐标轴夹角为45°的直线，与极限应力曲线交于点C”’
• 点C’代表的应力值σ_r • 即计算时所用的极限应力	• 点C”代表的应力值σ_r • 即计算时所用的极限应力	• 点C”’所代表的应力σ_r • 即计算时所用的极限应力

疲劳安全区与塑性安全区的划分问题

不同应力变化规律时



(a) $r = c$ (b) $\sigma_m = c$ (c) $\sigma_{min} = c$

(1) $r = c$ 连接坐标原点 O 与点 E'	(2) $\sigma_m = c$ 过点 E' 作与纵坐标轴平行的直线，与横坐标轴交于点 G	(3) $\sigma_{min} = c$ 过点 E‘ 作与横坐标轴成 45° 角的直线，交于点 K
• 疲劳安全区：OA'E' • 塑性安全区：OE'S	• 疲劳安全区：OA'E'G • 塑性安全区：EGS	• 疲劳安全区：OA'E'K • 塑性安全区：EKS

接触应力作用下的强度问题

- 对于高副机构（如齿轮传动、滚动轴承等），理论上，载荷是通过点或线接触传递的

形成面接触

- 实际上，零件受载后，由于在接触部分要产生局部的弹性变形，从而形成面接触

产生接触应力

- 这种接触的接触面积很小，导致表层产生的局部应力很大，这种局部应力称为接触应力

产生初始疲劳裂纹

- 零件在接触应力的反复作用下，首先在表面或表层产生初始疲劳裂纹

裂纹加速扩展

- 然后在滚动接触过程中，由于润滑油被挤进裂纹内而形成高的压力，使裂纹加速扩展

发生疲劳点蚀现象

- 最后使表层金属呈小片状剥落下来，在零件表面形成一个个小坑，这种现象称为疲劳点蚀

产生疲劳破坏

- 在机械零件设计中遇到的接触应力多为变应力，在这种情况下产生的失效属于接触疲劳破坏。

疲劳点蚀是齿轮、滚动轴承等零件的主要失效形式

疲劳点蚀主要受接触应力的影响

- 接触应力作用下的强度约束条件是**最大接触应力不超过其许用值**

$$\sigma_{\mathrm{Hmax}} \leq \sigma_{\mathrm{HP}}$$

σ_{Hmax}：接触应力的最大值

σ_{HP}：许用接触应力

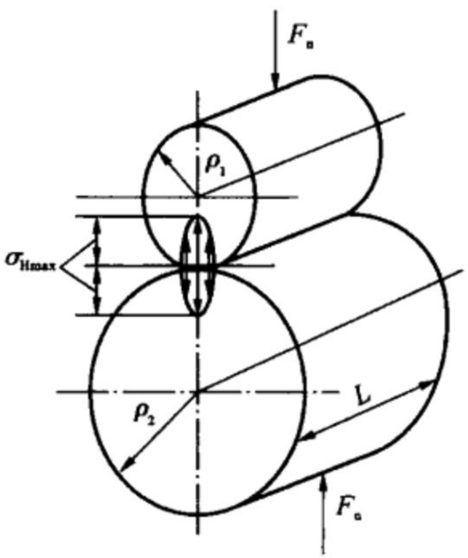


图 2-4 两圆柱体接触

赫兹公式：两弹性圆柱体最大接触应力的计算公式

$$\sigma_{\mathrm{Hmax}} = \sqrt{\frac{1}{\pi\left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1}+\frac{1-\mu_2^2}{E_2}\right)}\cdot\frac{F_n}{L_{\rho_\Sigma}}} \quad (\mathrm{MPa})$$

- ρ_Σ：综合曲率半径（mm），$\rho_\Sigma = \frac{\rho_1\rho_2}{\rho_1 \pm \rho_2}$，$\rho_1$、$\rho_2$为两圆柱的曲率半径（mm），其中正负号分别用于外接触和内接触
- E_1、E_2：两圆柱体材料的弹性模量（MPa）
- μ_1、μ_2：两圆柱体材料的泊松比

谢谢~

宋超阳
songcy@ieee.org