



ME311 | 机械设计

2023年秋季

# 第03章

# 齿轮传动设计

# 习题课

宋超阳

南方科技大学

## 2.1.1 主要内容

齿轮传动是机械传动中最重要和应用最广泛的一种传动形式。它也是考研试题中的重点内容之一,其主要内容有以下几方面。

- (1) 齿轮传动的失效(损伤)形式,各种失效的机理和特点、防止措施,以及齿轮传动的计算准则。
- (2) 齿轮材料的基本要求,软齿面与硬齿面的常用热处理方法及材料选用原则。
- (3) 齿轮传动的受力分析,计算载荷,各种载荷系数的物理意义与影响因素。
- (4) 齿轮承载能力计算包括:直齿圆柱齿轮传动的齿面接触强度计算与齿根弯曲疲劳强度计算;斜齿圆柱齿轮传动和直齿锥齿轮传动的计算特点。
- (5) 齿轮传动设计中,主要参数的选择原则及影响因素,各参数间的相互影响关系。

## 2.1.2 基本要求

(1) 掌握不同条件下齿轮传动的轮齿损伤与失效形式的特点、失效部位、失效机理、防止或减轻失效的措施,以及针对不同失效形式的设计计算准则。

(2) 掌握选用齿轮材料的基本要求,软齿面与硬齿面的常用材料与热处理方法,合理地选用齿轮的配对材料及热处理方法。

(3) 熟练掌握齿轮传动的受力分析方法。对于直齿圆柱齿轮、斜齿圆柱齿轮和直齿锥齿轮所受各分力的大小与方向,一定要会计算和正确判断(包括在图上正确表示),否则会使轴与轴承的受力分析出错,后果是严重的。

(4) 理解齿轮计算中要用计算载荷而不用名义载荷的道理,了解四个载荷系数( $K_A$ 、 $K_v$ 、 $K_\beta$ 、 $K_\alpha$ )的物理意义及其影响因素,采取哪些措施可减小载荷系数。

(5) 掌握直齿圆柱齿轮的齿面接触疲劳强度计算与齿根弯曲疲劳强度计算的理论依据,以及力学模型、应力的类型与变化特性;掌握推导公式的思路、公式中各参数的意义及应用公式的注意事项。对斜齿圆柱齿轮与直齿锥齿轮的强度计算,应根据它们的传动特点,转化为当量直齿圆柱齿轮后再进行强度计算,但必须注意它们的计算与直齿圆柱齿轮计算的异同点。

## 2.2.1 重点内容分析

本章重点内容是：齿轮传动的失效形式；各类齿轮传动的受力分析；圆柱齿轮强度计算中的重要基本概念。

### 1. 齿轮传动的失效形式分析

齿轮传动中轮齿的五种失效(损伤)形式分别为：齿根弯曲疲劳折断、齿面疲劳点蚀、齿面磨损、齿面胶合、齿面塑性变形。由于齿轮失效形式是强度计算的前提，因而对各种失效的现象，损伤出现于轮齿的什么部位，损伤的机理(基本原因)、防止和减轻各种失效的主要措施，以及采用的计算准则就成为分析的重点。

#### 1) 齿面疲劳点蚀(简称齿面点蚀)

轮齿工作时齿面受脉动循环变化的接触应力，在接触应力的反复作用下，当最大接触应力 $\sigma_{Hmax}$ 超过材料的许用接触应力 $\sigma_{HP}$ <sup>①</sup>时，齿面就出现疲劳裂纹，并由于有润滑油进入裂纹，将产生很高的油压，促使裂纹扩展，最终形成点蚀。

点蚀首先出现在节线附近的齿根表面上。其原因为：①节线附近常为单齿对啮合区，轮齿受力与接触应力最大；②节线处齿廓相对滑动速度低，润滑不良，不易形成油膜，摩擦力较大；③润滑油挤入裂纹，使裂纹扩张。

防止或减轻点蚀的主要措施：①提高齿面硬度和降低表面粗糙度；②在许可范围内采用大的变位系数和(即 $\chi = \chi_1 + \chi_2$ )，以增大综合曲率半径；③采用黏度较高的润滑油。

## 2.2.1 重点内容分析

本章重点内容是：齿轮传动的失效形式；各类齿轮传动的受力分析；圆柱齿轮强度计算中的重要基本概念。

### 1. 齿轮传动的失效形式分析

#### 2) 齿根弯曲疲劳折断(简称轮齿折断)

轮齿在变应力作用下,齿根受载大;又由于在齿根圆角处产生应力集中,轮齿长期工作后,当危险截面的弯曲应力 $\sigma_F$ 超过材料的许用弯曲应力 $\sigma_{FP}$ <sup>①</sup>时,齿根出现疲劳裂纹,裂纹扩展后产生齿根断裂。由于轮齿材料对拉应力敏感,故疲劳裂纹往往从齿根受拉侧开始发生。

对于直齿圆柱齿轮,齿根裂纹一般从齿根沿齿向扩展,发生全齿折断;对于斜齿圆柱齿轮和人字齿轮,由于接触线为一斜线,因此裂纹往往从齿根沿着斜向齿顶方向扩展,而发生轮齿的局部折断。

提高轮齿抗折断能力的主要措施:①采用正变位齿轮,以增大齿根厚度;②增大齿根圆角半径和降低表面粗糙度值;③采用表面强化处理(如喷丸、辗压等)。

其他三种失效形式的失效机理、防止或减轻措施,参见有关教材。

## 2.2.1 重点内容分析

本章重点内容是:齿轮传动的失效形式;各类齿轮传动的受力分析;圆柱齿轮强度计算中的重要基本概念。

### 1. 齿轮传动的失效形式分析

#### 3) 齿轮传动在不同工况下的主要失效形式

齿面点蚀——闭式传动齿轮的主要失效形式,特别是在软齿面(硬度 $<350$  HBS)上更容易产生,在一般的硬齿面(如表面淬火,特别是热处理硬度不均匀时)上也容易产生。

轮齿折断——闭式传动中的极硬齿面(硬度 $>58$  HRC,如经过渗碳淬火、渗氮处理等)的主要失效形式,也是短期过载或受严重冲击齿轮的主要失效形式。

齿面磨损——开式传动齿轮的主要失效形式。

齿面胶合——闭式传动的高速重载齿轮易产生热胶合;低速重载齿轮易产生冷胶合。提高齿面抗胶合能力的主要措施:①采用角度变位齿轮或对齿轮进行修形,以减小啮入始点和啮出终点处的滑动系数;②提高齿面硬度和降低齿面粗糙度值;③减小模数、降低齿高,以减小齿面的滑动速度;④采用抗胶合能力高的齿轮材料,添加极压润滑油等。

齿面塑性变形——软齿面硬度低(如正火齿轮)的重载齿轮才会发生这种失效。

## 2.2.1 重点内容分析

本章重点内容是：齿轮传动的失效形式；各类齿轮传动的受力分析；圆柱齿轮强度计算中的重要基本概念。

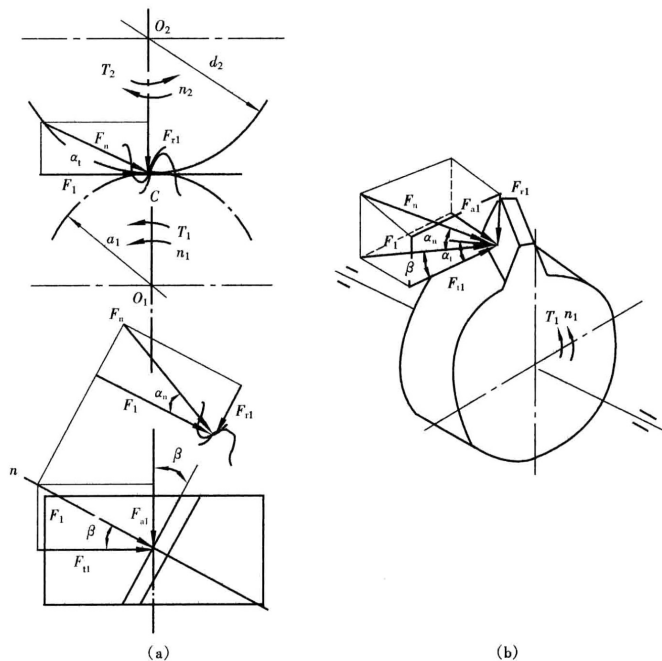
### 2. 齿轮传动的受力分析

应以直齿圆柱齿轮为基础，而以斜齿圆柱齿轮为重点进行分析；从力的分解与平衡关系着手，但忽略齿面摩擦力的影响。分析时，必须对主动轮和从动轮上各力的大小进行计算，对各分力的方向和作用点十分清楚，而且能正确在图面上表达。

#### 1) 斜齿圆柱齿轮的受力分析

斜齿圆柱齿轮的受力分析如图 2-1 所示，其分解顺序如下：

$$F_n \begin{cases} F_t = F_{n1} \cos \alpha_n & \left\{ \begin{array}{l} F_{t1} = F_t \cos \beta = 2T_1/d_1 \\ F_{a1} = F_t \sin \beta = F_{t1} \tan \beta \end{array} \right. \\ F_{r1} = F_{n1} \sin \alpha_n = F_{t1} \tan \alpha_1 = F_{t1} \tan \alpha_n / \cos \beta \end{cases}$$



这里注意：在切面内， $F_t$  与  $F_{t1}$  的夹角为  $\beta$ ，因此  $F_{a1}$  与  $F_{t1}$  的关系为  $F_{a1} = F_{t1} \tan \beta$ 。而在端面内， $F_{r1} = F_{t1} \tan \alpha_1$ ，根据  $\alpha_1$  与  $\alpha_n$  的关系  $\tan \alpha_1 = \tan \alpha_n / \cos \beta$ ，即可得到  $F_{r1} = F_{t1} \tan \alpha_n / \cos \beta$ 。

作用在主动轮和从动轮上各力均等值反向。各分力的方向判定如下。

(1) 圆周力  $F_t$ ，在主动轮上是阻力，它与其回转方向相反；在从动轮上是驱动力，它与其回转方向相同（简称为“主反从同”）。

(2) 径向力  $F_r$ ，分别指向轮心（简称为“径向心”）。

(3) 轴向力  $F_a$ ，取决于齿轮的回转方向与螺旋线方向，可用“主动轮左、右手定则”来判断。当主动轮为右旋时，用右手四指弯曲的方向表示主动轮的回转方向，则拇指表示它所受轴向力的方向；当主动轮为左旋时，则用左手定则来判断，方法同上。从动轮上所受各分力的方向与主动轮上的各分力方向相反，但大小相等，即  $F_{r1} = -F_{r2}$ ， $F_{t1} = -F_{t2}$ ， $F_{a1} = -F_{a2}$ 。必须强调的是，上述“左、右手定则”仅适用于主动轮。

口诀为：径向心，周相切（主反从同），轴向力按“左、右手定则”进行分析。

图 2-1 斜齿圆柱齿轮的受力分析

## 2.2.1 重点内容分析

本章重点内容是：齿轮传动的失效形式；各类齿轮传动的受力分析；圆柱齿轮强度计算中的重要基本概念。

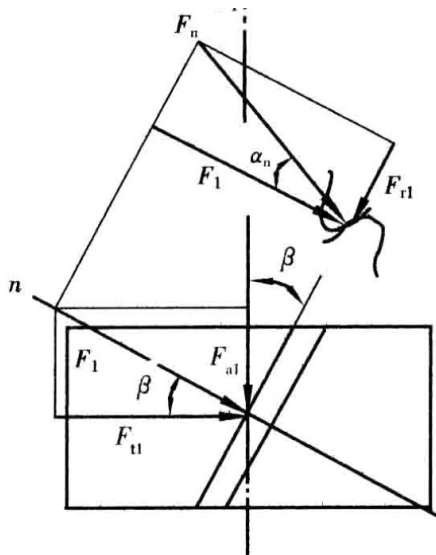
### 2. 齿轮传动的受力分析

应以直齿圆柱齿轮为基础，而以斜齿圆柱齿轮为重点进行分析；从力的分解与平衡关系着手，但忽略齿面摩擦力的影响。分析时，必须对主动轮和从动轮上各力的大小进行计算，对各分力的方向和作用点十分清楚，而且能正确在图面上表达。

#### 2) 直齿圆柱齿轮的受力分析

当斜齿轮的螺旋角  $\beta=0^\circ$  时，即为直齿轮。故各分力的方向判定，同样适用“径向心”与“周相切(主反从同)”的原则；其力的大小为

$$\left. \begin{aligned} F_{t1} &= 2T_1/d_1 \\ F_{r1} &= F_{t1} \tan\alpha \\ F_n &= F_{t1}/\cos\alpha = 2T_1/(d_1 \cos\alpha) \end{aligned} \right\}$$





## 2.2.1 重点内容分析

本章重点内容是：齿轮传动的失效形式；各类齿轮传动的受力分析；圆柱齿轮强度计算中的重要基本概念。

### 2. 齿轮传动的受力分析

应以直齿圆柱齿轮为基础，而以斜齿圆柱齿轮为重点进行分析；从力的分解与平衡关系着手，但忽略齿面摩擦力的影响。分析时，必须对主动轮和从动轮上各力的大小进行计算，对各分力的方向和作用点十分清楚，而且能正确在图面上表达。

#### 3) 直齿锥齿轮的受力分析

直齿锥齿轮的受力分析如图 2-2 所示。分析力作用时，假定载荷沿齿宽均布，并集中作用于齿宽中点节线处的法向平面内。应注意掌握它与直齿圆柱齿轮的不同点。锥齿轮的轮齿比圆柱齿轮的轮齿向一端下倾了一个  $\delta$  角。法向力  $F_n$  亦分解为  $F_t$ 、 $F_r$ 、 $F_a$  三个方向相互垂直的分力。

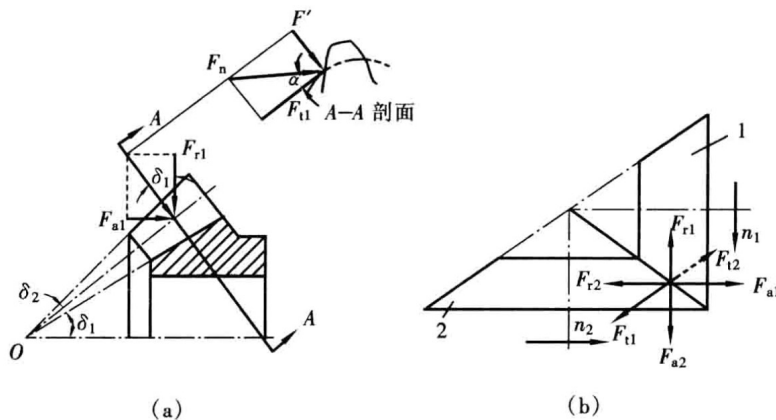


图 2-2 直齿锥齿轮的受力分析

必须注意：①直齿锥齿轮主、从动轮的轴线相互垂直( $\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$ )，因此  $F_{r1}$  与从动轮的轴线平行(图 2-2(b))，得  $F_{r1}$  与  $F_{a2}$  大小相等、方向相反；而  $F_{a1}$  则垂直于从动轮的轴线，得  $F_{a1}$  与  $F_{r2}$  大小相等、方向相反；只有圆周力  $F_{t1}$  与  $F_{t2}$  大小相等、方向相反；②锥齿轮的轴向力  $F_{a1}$ 、 $F_{a2}$  与回转方向无关，总是从小端指向大端。

为什么轴向力恒指向大端呢？①当一对锥齿轮啮合时，受轴向力后使两齿轮有分开或压紧的趋势。此时，由轴承部件设计时的正确固定来保证锥齿轮正常工作。②若轴向力指向小端，则两轮会自动挤紧，最终导致无法工作。

口诀为：径向心、周相切(主反从同)、轴向力恒指向大端。

$$\left. \begin{aligned} F_{t1} &= 2T_1/d_{m1} = 2T_1/[ (1 - 0.5\psi_R) d_1 ] \\ F_{r1} &= F_{t1} \tan\alpha \cos\delta_1 \\ F_{a1} &= F_{t1} \tan\alpha \sin\delta_1 \\ F_n &= F_{t1} / \cos\alpha \end{aligned} \right\} \quad (2-3)$$

## 2.2.1 重点内容分析

本章重点内容是：齿轮传动的失效形式；各类齿轮传动的受力分析；圆柱齿轮强度计算中的重要基本概念。

### 2. 齿轮传动的受力分析

应以直齿圆柱齿轮为基础，而以斜齿圆柱齿轮为重点进行分析；从力的分解与平衡关系着手，但忽略齿面摩擦力的影响。分析时，必须对主动轮和从动轮上各力的大小进行计算，对各分力的方向和作用点十分清楚，而且能正确在图面上表达。

表 2-1 各类齿轮的受力分析

齿 轮 类 型	力的种类			
	圆周力 $F_t$	径向力 $F_r$	轴向力 $F_a$	法向力 $F_n$
直齿 圆柱齿轮	$F_{t1} = \frac{2T_1}{d_1} = -F_{t2}$ (主反从同)	$F_{r1} = F_{t1} \tan\alpha = -F_{r2}$ (指向轮心)	0	$F_n = \frac{F_{t1}}{\cos\alpha}$ (指向受力面， 切于基圆)
斜齿 圆柱齿轮	$F_{t1} = \frac{2T_1}{d_1} = -F_{t2}$ (主反从同)	$F_{r1} = F_{t1} \frac{\tan\alpha_n}{\cos\beta} = -F_{r2}$ (指向轮心)	$F_{a1} = F_{t1} \tan\beta = -F_{a2}$ (主动轮：按“左、 右手定则”判断 方向)	$F_n = \frac{F_{t1}}{\cos\alpha_n \cos\beta}$ (指向受力面， 切于基圆)
直齿锥齿轮	$F_{t1} = \frac{2T_1}{d_{m1}} = -F_{t2}$ (主反从同)	$F_{r1} = F_{t1} \tan\alpha \cos\delta_1 = -F_{r2}$ (指向轮心)	$F_{a1} = F_{t1} \tan\alpha \sin\delta_1 = -F_{r2}$ (从小端指向大端)	$F_n = \frac{F_{t1}}{\cos\alpha}$ (指向受力面， 切于基圆)

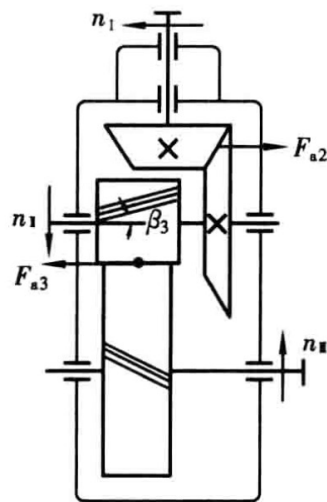
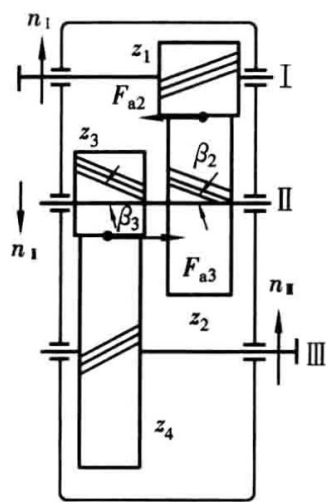
## 2.2.1 重点内容分析

### 3. 各类齿轮传动受力的综合分析

在掌握了一对齿轮受力分析后,还应掌握各种齿轮传动的组合受力分析(如斜齿圆柱齿轮-直齿圆柱齿轮、两级斜齿圆柱齿轮、锥齿轮-斜齿圆柱齿轮等),使传动方案受力分布合理。

#### 1) 两级斜齿圆柱齿轮方案(见图 2-3)

设计时往往要求中间轴 II 上斜齿的轴向力相反而抵消一部分,从而使轴上受的综合轴向力减小,即轴承受的轴向力减小。故设计时应使中间轴 II 上的两个斜齿轮的螺旋线方向相同,且高速级  $\beta_2$  的值取大些,而低速级  $\beta_3$  的值取小些,当  $\beta_2$  与  $\beta_3$  选值恰当时,可使  $F_{a2} \approx -F_{a3}$ ,即轴向力全部抵消,而使轴承可不受外部轴向力的作用,达到最佳效果(实例参见例 2-4)。



但  $\beta_2$  与  $\beta_3$  是同时选左旋或右旋则取决于轴的转向,根据分析与试算的结果,应使  $F_{a2}$  与  $F_{a3}$  “面对面”(见图 2-3),此时大多数情况下轴与轴承受力较小,故不应选用“背对背”的方案。

图 2-3 两级斜齿圆柱齿轮传动受力分析      图 2-4 锥齿轮-圆柱齿轮传动受力分析

## 2.2.1 重点内容分析

### 4. 圆柱齿轮强度计算中的重要基本概念及影响因素

#### 1) 齿面接触应力 $\sigma_H$ 的基本概念

进行齿面接触强度计算时,应特别注意接触应力  $\sigma_H$  的基本概念。按弹性力学给出的接触应力计算公式(H. Hertz 公式),略经简化可得

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_n E_\Sigma}{2\pi b \rho_\Sigma}} \quad (2-4)$$

从式(2-4)中可以看出,影响接触应力的四个因素如下。

- ① 外载荷  $F_n$ :  $F_n \uparrow$ , 则  $\sigma_H \uparrow$ 。
- ② 接触宽度  $b$ :  $b \uparrow$ , 则  $\sigma_H \downarrow$ 。
- ③ 综合曲率半径  $\rho_\Sigma$ :  $\rho_\Sigma \uparrow$ , 则  $\sigma_H \downarrow$ 。
- ④ 综合弹性模量  $E_\Sigma$ :  $E_\Sigma \uparrow$ , 则  $\sigma_H \uparrow$ 。

#### 2) 两齿轮啮合时的接触应力 $\sigma_H$ 与许用接触应力 $\sigma_{HP}$

(1) 一对啮合齿轮的接触应力是相等的,即  $\sigma_{H1} = \sigma_{H2}$ 。这是由于齿轮啮合时的接触应力属于脉动循环应力,又因啮合时一对齿轮的接触面积相等,所以一对啮合齿轮的接触应力是大小相等、方向相反的作用力与反作用力。

## 2.2.1 重点内容分析

### 4. 圆柱齿轮强度计算中的重要基本概念及影响因素

#### 2) 两齿轮啮合时的接触应力 $\sigma_H$ 与许用接触应力 $\sigma_{HP}$

(1) 一对啮合齿轮的接触应力是相等的, 即  $\sigma_{H1} = \sigma_{H2}$ 。这是由于齿轮啮合时的接触应力属于脉动循环应力, 又因啮合时一对齿轮的接触面积相等, 所以一对啮合齿轮的接触应力是大小相等、方向相反的作用力与反作用力。

#### (2) 一对啮合齿轮的许用接触应力与接触强度。

由于大小齿轮的材料与热处理硬度不一定相同, 且寿命系数  $Z_N$  又不一定相等, 因此许用接触应力就不一定相等, 即  $\sigma_{HP1} \neq \sigma_{HP2}$ , 所以接触强度一般不相等, 通常  $\sigma_{HP1} > \sigma_{HP2}$ , 这时大齿轮的接触强度弱。故在应用公式时应取  $\sigma_{HP}$  值小者代入。

若一对齿轮的  $\sigma_{HP1} = \sigma_{HP2}$ , 则一对齿轮不但接触应力相等 (即  $\sigma_{H1} = \sigma_{H2}$ ), 而且接触强度也相等。

## 2.2.1 重点内容分析

### 4. 圆柱齿轮强度计算中的重要基本概念及影响因素

#### 3) 齿根弯曲应力 $\sigma_F$ 、齿形系数 $Y_{Fa}$ 及等弯曲强度的概念

进行齿根弯曲强度计算时,将轮齿视为悬臂梁,齿根危险剖面处,弯矩最大时的齿根弯曲应力也最大。由于  $\epsilon_a > 1$ ,当载荷作用于齿顶时虽然力臂最大,但由于两对轮齿分担载荷,弯矩不是最大;只有当力作用于单对齿啮合区上界点  $D$ (见图 2-5),力由一对齿来承担时,弯矩才最大,这时  $\sigma_F$  亦最大,本来这才是计算的依据,但力作用点  $D$  的尺寸计算过于复杂,为了简化计算,以力作用于齿顶为计算依据,用重合度系数  $Y_\epsilon$  将力作用于齿顶时的齿根弯曲应力折算为单对齿啮合区上界点  $D$  时的齿根弯曲应力。

直齿圆柱齿轮齿根弯曲疲劳强度计算公式为

$$\sigma_F = \frac{2KT_1}{bz_1 m^2} Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\epsilon \leq \sigma_{FP} \quad (2-5)$$

从此式中可看出,影响弯曲应力的主要因素如下。

① 模数  $m$ : 因  $\sigma_F \propto 1/m^2$ , 则模数是影响弯曲强度的最重要因素,当弯曲强度不足时,首先应增大模数。

② 齿宽  $b$ : 当  $b \uparrow$ , 则  $\sigma_F \downarrow$ , 但  $b$  过大会使齿向载荷分布系数  $K_\beta \uparrow$ , 而使  $K \uparrow$ 。

③ 齿数  $z$  及变位系数  $\chi$ :  $z \uparrow$ 、 $\chi \uparrow$ , 则  $Y_{Fa} Y_{Sa} \downarrow$ 、 $Y_\epsilon \downarrow$ , 而使  $\sigma_F \downarrow$ 。

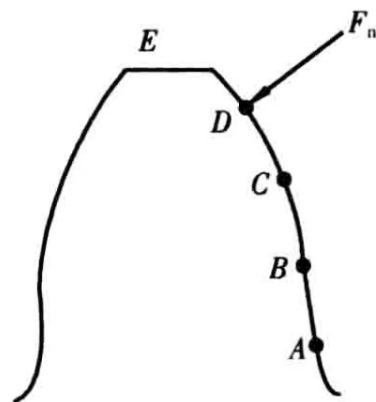


图 2-5 载荷作用点

## 2.2.1 重点内容分析

### 4. 圆柱齿轮强度计算中的重要基本概念及影响因素

#### 3) 齿根弯曲应力 $\sigma_F$ 、齿形系数 $Y_{Fa}$ 及等弯曲强度的概念

(1) 一对标准齿轮啮合,通常  $\sigma_{F1} \neq \sigma_{F2}$ ,  $\sigma_{FP1} \neq \sigma_{FP2}$ 。

这是由于一般  $z_1 \neq z_2$ , 则  $Y_{Fa1} \neq Y_{Fa2}$ ,  $Y_{Sa1} \neq Y_{Sa2}$ , 所以  $\sigma_{FP1} \neq \sigma_{FP2}$ ; 一对大、小齿轮的材料和热处理硬度不同, 则弯曲疲劳极限  $\sigma_{Flim}$  也不同, 加之弯曲疲劳寿命系数  $Y_N$  的影响, 所以  $\sigma_{FP1} \neq \sigma_{FP2}$ 。

(2) 齿形系数  $Y_{Fa}$  与模数  $m$  无关的原因是: 因  $Y_{Fa}$  是反映当力作用于齿顶时, 轮齿齿廓形状对齿根弯曲应力的影响系数, 它是指齿根厚度与齿高的相对比例关系。当齿高增大, 齿根厚度变小, 轮齿变为“瘦高型”, 即  $Y_{Fa} \uparrow$ ,  $\sigma_F \uparrow$ , 抗弯曲能力差; 反之, 齿高减小, 齿厚增大, 则轮齿变为“矮胖型”, 即  $Y_{Fa} \downarrow$ ,  $\sigma_F \downarrow$ , 抗弯曲能力强。因此,  $Y_{Fa}$  是反映轮齿“高、矮、胖、瘦”程度的形态系数。而模数  $m$  的值是反映一个轮齿绝对尺寸的大小, 对于用标准刀具加工标准齿轮时, 若  $z$  相同仅  $m$  不同, 则加工出的轮齿都几何相似,  $m$  只是它们的放大比例。

(3)  $Y_{Fa}$  的影响因素及其选择。标准直齿圆柱齿轮的  $Y_{Fa}$  只取决于齿数  $z$ 。当  $z \uparrow$ , 渐开线越平坦, 齿根厚度  $\uparrow$ , 则  $Y_{Fa} \downarrow$ ; 当  $z$  一定时, 采用正变位方法可使齿根厚  $\uparrow$ , 达到降低  $Y_{Fa}$  的效果, 而  $\sigma_F \downarrow$ , 则抗弯强度提高。对于斜齿轮的  $Y_{Fa}$  应按当量齿数  $z_v = z / \cos^3 \beta$  选取; 对于直齿锥齿轮,  $Y_{Fa}$  应按  $z_v = z / \cos \delta$  选取。斜齿圆柱齿轮设计中, 若  $\beta \uparrow$ 、 $z_v \uparrow$ , 则  $Y_{Fa} \downarrow$ , 故斜齿轮的抗弯强度比直齿轮高。

(4) 齿轮设计中, 一般  $\sigma_{F1} \neq \sigma_{F2}$ 、 $\sigma_{FP1} \neq \sigma_{FP2}$ , 从弯曲强度计算公式知,  $Y_{Fa1} Y_{Sa1} / \sigma_{FP1}$  与  $Y_{Fa2} Y_{Sa2} / \sigma_{FP2}$  中比值大者, 其弯曲强度弱, 故设计时应以两者中的大值代入。只有当  $\sigma_{FP1} / (Y_{Fa1} Y_{Sa1}) = \sigma_{FP2} / (Y_{Fa2} Y_{Sa2})$  时, 才表示一对啮合齿轮为等弯曲强度。





**例 2-1** 为什么轮齿的弯曲疲劳裂纹首先发生在齿根受拉伸一侧？

## 轮齿弯曲强度条件

- 为了防止轮齿折断，轮齿的弯曲强度条件为

$$\sigma_F \leq \sigma_{FP}$$

$\sigma_F$ : 齿根弯曲应力 (MPa)  $\sigma_{FP}$ : 许用弯曲应力 (MPa)

计算  $\sigma_F$ : 危险截面的弯曲应力

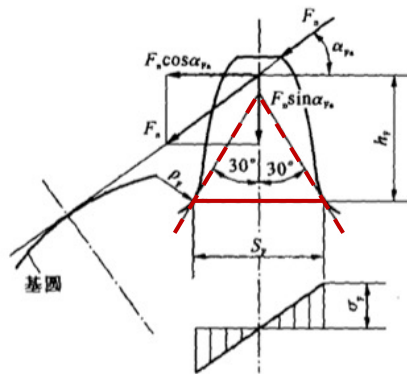
- 载荷  $F_n$  作用点在哪里时  $\sigma_F$  最大?

确定: 齿根危险截面

- 将轮齿视为悬臂梁，作与轮齿对称中线成  $30^\circ$  角并与齿根过渡曲线相切的直线，通过两切点作平行于齿轮轴线的截面，此截面即为齿根危险截面。

确定: 轮齿上的载荷作用点

- 啮合过程中，轮齿上的载荷作用点是变化的，应将其中使齿根产生最大弯矩者作为计算时的载荷作用点。



## 渐开线齿廓的切削加工原理

- 齿轮轮齿加工的方法很多，可分为

- 仿形法——刀具切削刃的形状，在其轴向剖面内与被切齿轮齿槽的形状相同
- 范成法——利用齿轮啮合原理加工齿廓

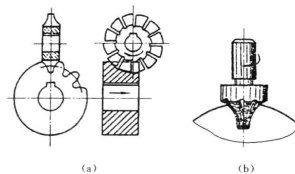


图 4-12 渐开线齿廓的仿形法加工

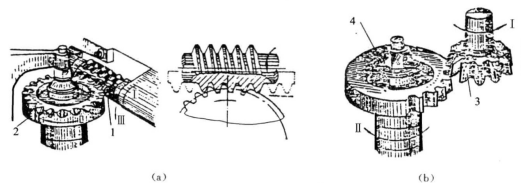
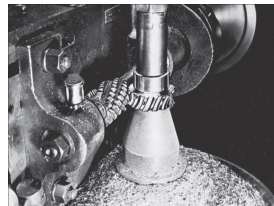


图 4-13 渐开线齿廓的范成法加工  
1—右旋滚刀; 2, 4—被切齿轮; 3—齿轮插刀



## 机械设计中的强度问题

## 渐开线直齿圆柱齿轮机构

## 变应力作用下的强度问题

- 作用在机械零部件上的载荷，无论是静载荷还是变载荷，均可能产生变应力

- 在变应力作用下机械零部件的失效与在静应力下的完全不同，因而，其约束强度条件的计算方法也有明显的区别

- 变应力的种类和特点

静应力

不随时间改变或变化缓慢

变应力

稳定循环变应力

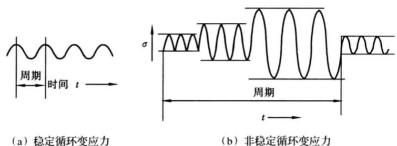
周期性变应力

非稳定循环变应力

参数有变化

随机变应力

非周期性变应力



(a) 稳定循环变应力

(b) 非稳定循环变应力

## 基本尺寸

- 分度圆 ( $d$ ,  $r$ )

- 人为规定的计算基准圆，此圆上的模数和压力角为标准值，表示符号:  $d$ ,  $r$ ,  $s$ ,  $e$ ,  $p = s + e$

- 齿顶圆 ( $d_a$ ,  $r_a$ )

- 基圆 ( $d_b$ ,  $r_b$ )

- 齿根圆 ( $d_f$ ,  $r_f$ )

- 齿厚:  $s_i$  任意圆上的弧长

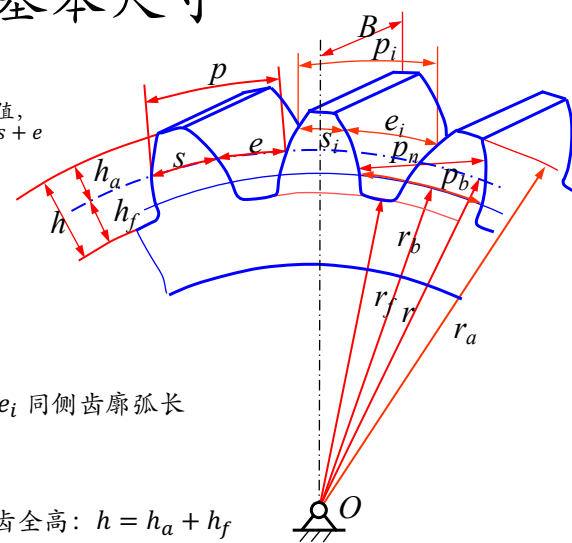
- 齿槽宽:  $e_i$  弧长

- 齿距 (周节):  $p_i = s_i + e_i$  同侧齿廓弧长

- 法向齿距 (法节):  $p_n = p_b$

- 齿顶高:  $h_a$  | 齿根高:  $h_f$  | 齿全高:  $h = h_a + h_f$

- 齿宽:  $B$



**例 2-1** 为什么轮齿的弯曲疲劳裂纹首先发生在齿根受拉伸一侧？

**解题要点：**

- (1) 齿根弯曲疲劳强度计算时,将轮齿视为悬臂梁,受载荷后齿根处产生的弯曲应力最大。
- (2) 齿根过渡圆角处尺寸发生急剧变化,又由于沿齿宽方向留下加工刀痕产生应力集中。
- (3) 在反复变应力的作用下,由于齿轮材料对拉应力敏感,故疲劳裂纹首先发生在齿根受拉伸一侧。

**例 2-2** 有一闭式齿轮传动,满载工作几个月后,发现硬度为 200~240 HBW 的齿轮工作表面上出现小的凹坑。试问:①这是什么现象? ②如何判断该齿轮是否可以继续使用? ③应采取什么措施?

**例 2-2** 有一闭式齿轮传动,满载工作几个月后,发现硬度为 200~240 HBW 的齿轮工作表面上出现小的凹坑。试问:①这是什么现象? ②如何判断该齿轮是否可以继续使用? ③应采取什么措施?

### 齿轮传动的失效形式和设计约束

### 5 齿轮传动的失效形式和设计约束

## 齿轮传动的失效形式分析

- 五种失效 (损伤) 形式
  - 齿根弯曲疲劳折断
  - 齿面疲劳点蚀
  - 齿面磨损
  - 齿面胶合
  - 齿面塑性变形
- 齿轮失效形式是强度计算的前提, 分析的重点包括
  - 对各种失效的现象
  - 损伤出现于轮齿的什么部位
  - 损伤的机理 (基本原因)
  - 防止和减轻各种失效的主要措施
  - 采用的计算准则

## 齿面疲劳点蚀

### 理解成因

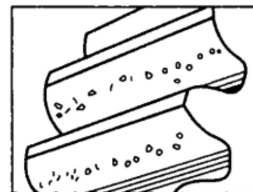
- 轮齿受力后, 齿面接触处将产生循环变化的接触应力, 在接触应力反复作用下, 轮齿表面或次表层出现不规则的细线状疲劳裂纹, 并由于有润滑油进入裂纹, 将产生很高的油压, 促使裂纹扩展, 使齿面金属脱落而形成麻点状凹坑, 最终形成点蚀

### 失效特点

- 点蚀常发生于闭式软齿面 ( $HBS < 350$ ) 传动中
- 点蚀的形成与润滑油的存在密切相关
- 点蚀常发生于节线附近 (通常只有一对齿啮合)
  - ① 节线附近通常为单齿对啮合区, 轮齿受力与接触应力最大
  - ② 节线处齿廓相对滑动速度低, 润滑不良, 不易形成油膜, 摩擦力较大
  - ③ 润滑油挤入裂纹, 使裂纹扩张
- 开式传动中一般不会出现点蚀现象 (磨损较快)

### 解决措施

- ① 提高齿面硬度、齿面质量、增大直径和降低表面粗糙度
- ② 在许可范围内采用大的变位系数和 (即  $\chi = \chi_1 + \chi_2$ ), 以增大综合曲率半径
- ③ 采用黏度较高的润滑油



• 早期点蚀



• 破坏性点蚀



**例 2-2** 有一闭式齿轮传动,满载工作几个月后,发现硬度为 200~240 HBW 的齿轮工作表面上出现小的凹坑。试问:①这是什么现象? ②如何判断该齿轮是否可以继续使用? ③应采取什么措施?

**解题要点:**

- (1) 已开始产生齿面疲劳点蚀,但因“出现小的凹坑”,故属于早期点蚀。
- (2) 若早期点蚀不再发展成破坏性点蚀,该齿轮仍可继续使用。
- (3) 采用高黏度的润滑油或加极压添加剂于油中,均可提高齿轮的抗疲劳点蚀的能力。

**例 2-3** 一对齿轮传动,如何判断大、小齿轮中哪个齿面不易产生疲劳点蚀? 哪个轮齿不易产生弯曲疲劳折断? 并简述其理由。

## 直齿圆柱齿轮的齿面接触疲劳强度条件

- 校核式

$$\sigma_H = Z_H Z_E Z_\epsilon \sqrt{\frac{2KT_1(u \pm 1)}{b d_1^2 u}} \leq \sigma_{HP}$$

$\sigma_{HP}$ : 许用接触应力 (Mpa)

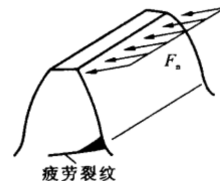
分度圆直径  $d_1$ 、齿宽  $b$ 、齿数比  $u$ 、啮合角  $\alpha'$

- 两齿轮的接触应力相等, 即  $\sigma_{H1} = \sigma_{H2}$ 
  - 但许用接触应力  $\sigma_{HP1}$  和  $\sigma_{HP2}$  齿轮的材料、热处理方式和应力循环次数有关, 一般不相等
  - 取  $\sigma_{HP1}$  和  $\sigma_{HP2}$  两者中较小者代入计算
- 齿轮接触强度主要取决于齿轮的大小, 而不取决于轮齿或模数的大小
  - $d$  越大,  $\sigma_H$  越小, 接触强度越高 ( $F_n$  减小; 齿廓平直)
  - 模数  $m$  的大小对接触强度无直接影响  $d_1 = mz_1$
- 啮合角  $\alpha'$  增大, 可使  $Z_H$  和  $\sigma_H$  减小
  - 采用正角度变位传动 ( $x_1 + x_2 > 0$ ), 可提高齿面接触强度

## 齿根弯曲疲劳折断

## 理解成因

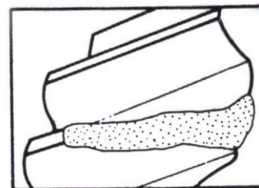
- 齿轮折断轮齿受力后, 其根部受弯曲应力作用 (变应力)
- 在齿根过渡圆角处, 应力最大且有应力集中
- 当此处的变应力超过了材料的疲劳极限时, 其拉伸侧将产生疲劳裂纹
- 裂纹不断扩展, 最终造成轮齿弯曲疲劳折断



疲劳裂纹

## 失效特点

- 全齿折断: 齿宽较小的直齿圆柱齿轮, 裂纹往往沿全齿根扩展, 导致全齿折断
- 局部折断: 齿宽较大的直齿圆柱齿轮 (因制造误差使载荷集中在齿的一端)、斜齿圆柱齿轮和人字齿轮 (接触线倾斜), 其齿根裂纹往往沿倾斜方向扩展, 发生轮齿的局部折断



## 解决措施

- ① 采用正变位齿轮, 以增大齿根厚度
- ② 增大齿根圆角半径和降低表面粗糙度值
- ③ 采用表面强化处理 (如喷丸、辗压等)



## 轮齿弯曲强度条件

- 为了防止轮齿折断, 轮齿的弯曲强度条件为

$$\sigma_F \leq \sigma_{FP}$$

$\sigma_F$ : 齿根弯曲应力 (MPa)  $\sigma_{FP}$ : 许用弯曲应力 (MPa)

计算  $\sigma_F$ : 危险截面的弯曲应力

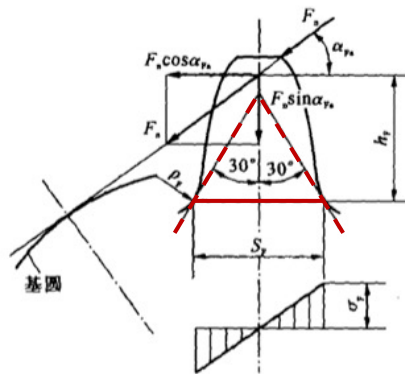
- 载荷  $F_n$  作用点在哪里时  $\sigma_F$  最大?

确定: 齿根危险截面

- 将轮齿视为悬臂梁, 作与轮齿对称中线成  $30^\circ$  角并与齿根过渡曲线相切的直线, 通过两切点作平行于齿轮轴线的截面, 此截面即为齿根危险截面。

确定: 轮齿上的载荷作用点

- 啮合过程中, 轮齿上的载荷作用点是变化的, 应将其中使齿根产生最大弯矩者作为计算时的载荷作用点。



## 影响轮齿弯曲强度的主要几何参数

齿数  $z$ 模数  $m$ 齿宽  $b$ 变位系数  $x$ 

$$\sigma_F = \frac{2KT_1}{bd_1 m} \cdot Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\epsilon \leq \sigma_{FP}$$

当  $z$ 、 $m$ 、 $b$ 、 $x$  增大时,  $\sigma_F$  减小

在中心距  $a$  或直径  $d$  和齿宽  $b$  确定后,  $\sigma_F$  的大小主要取决于  $m$  和  $z$

增加齿数, 虽可能因  $Y_{Fa}$ 、 $Y_{Sa}$  减小而使  $\sigma_F$  有所降低

但由于  $m$  对  $\sigma_F$  的影响比之大, 所以在  $d$  一定的条件下, 增大  $m$  并相应减小  $z$ , 可提高轮齿的弯曲强度。

## 轮齿弯曲强度条件

提高轮齿弯曲疲劳强度的主要措施

减小齿根弯曲应力 / 提高许用弯曲应力

增大模数

改善齿轮材料

适当增大齿宽

改善热处理方式

选用较大变位系数

提高齿轮精度



**例 2-3** 一对齿轮传动,如何判断大、小齿轮中哪个齿面不易产生疲劳点蚀? 哪个轮齿不易产生弯曲疲劳折断? 并简述其理由。

**解题要点:**

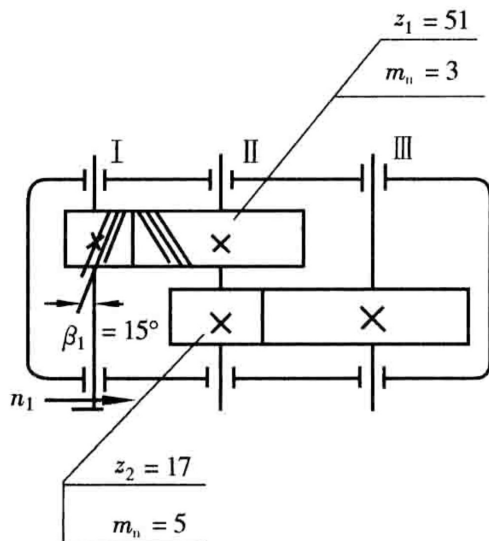
(1) 大、小齿轮的材料与热处理硬度及循环次数  $N$  不等,通常  $\sigma_{HP1} > \sigma_{HP2}$ , 而  $\sigma_{H1} = \sigma_{H2}$ , 故小齿轮齿面接触强度较高, 则不易出现疲劳点蚀。

(2) 比较大、小齿轮的  $\frac{\sigma_{FP1}}{Y_{Fa1} Y_{Sa1}}$  与  $\frac{\sigma_{FP2}}{Y_{Fa2} Y_{Sa2}}$ , 若  $\frac{\sigma_{FP1}}{Y_{Fa1} Y_{Sa1}} < \frac{\sigma_{FP2}}{Y_{Fa2} Y_{Sa2}}$ , 则表明小齿轮的弯曲疲劳强度低于大齿轮, 易产生弯曲疲劳折断; 反之亦然。

**例 2-4** 例 2-4 图所示为两级斜齿圆柱齿轮减速器, 已知条件如图所示。试问:

- (1) 低速级斜齿轮的螺旋线方向应如何选择才能使中间轴 II 上两齿轮上所受的轴向力相反?
- (2) 低速级小齿轮的螺旋角  $\beta_2$  应取多大值, 才能使 II 轴上轴向力相互抵消?

(注: 齿轮轴向力可按  $F_a = F_t \tan\beta$  计算)

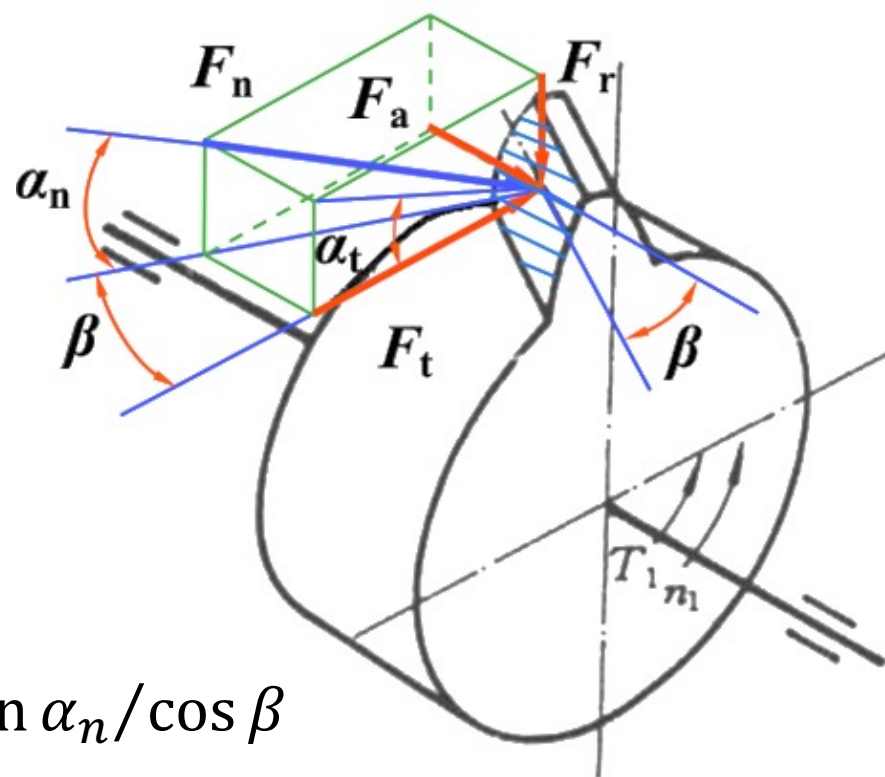


例 2-4 图

# 受力分析

• 若略去齿面间的摩擦力，作用于节点  $C$  的法向力  $F_n$

- $\alpha_n$ : 法面分度圆压力角
- $\alpha_t$ : 端面分度圆压力角
- $\beta$ : 分度圆螺旋角
- $\beta_b$ : 基圆螺旋角



- 圆周力  $F_t = 2T_1/d_1$
- 径向力  $F_r = F_t \tan \alpha_t = F_t \tan \alpha_n / \cos \beta$
- 轴向力  $F_a = F_t \tan \beta$
- 法向力  $F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha_n \cdot \cos \beta} = \frac{F_t}{\cos \alpha_t \cdot \cos \beta_b} = \frac{F_t}{d_1 \cos \alpha_t \cdot \cos \beta_b}$

**例 2-4** 例 2-4 图所示为两级斜齿圆柱齿轮减速器,已知条件如图所示。试问:

- (1) 低速级斜齿轮的螺旋线方向应如何选择才能使中间轴II上两齿轮上所受的轴向力相反?
- (2) 低速级小齿轮的螺旋角  $\beta_2$  应取多大值,才能使 II 轴上轴向力相互抵消?

(注:齿轮轴向力可按  $F_a = F_t \tan\beta$  计算)

**解题要点:**

(1) II 轴上大、小齿轮均为左旋。

(2) 若要求 II 轴上轮 1、2 的轴向力能互相抵消,则必须满足

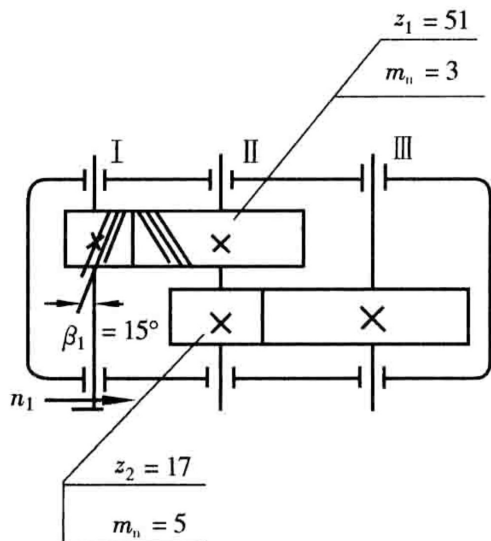
$$F_{a1} = F_{a2}$$

$$\text{即 } F_{t1} \tan\beta_1 = F_{t2} \tan\beta_2, \quad \tan\beta_2 = \frac{F_{t1}}{F_{t2}} \tan\beta_1$$

由中间轴的力矩平衡,得

$$F_{t1} \frac{d_1}{2} = F_{t2} \frac{d_2}{2}$$

$$\text{则 } \tan\beta_2 = \frac{F_{t1}}{F_{t2}} \tan\beta_1 = \frac{d_2}{d_1} \tan\beta_1 = \frac{5 \times 17 / \cos\beta_2}{3 \times 51 / \cos\beta_1} \tan\beta_1$$



例 2-4 图

得

$$\sin\beta_2 = \frac{5 \times 17}{3 \times 51} \sin 15^\circ = 0.1438$$

则

$$\beta_2 = 8.27^\circ = 8^\circ 16' 12''$$

例 2-5 已知：直齿圆柱齿轮的接触疲劳强度校核公式为

$$\sigma_H = Z_H Z_E Z_\epsilon \sqrt{\frac{2KT_1(u \pm 1)}{bd_1^2 u}} \leq \sigma_{HP}$$

设  $\phi_b = \frac{b}{d_1}$ ，求证：

$$(1) \sigma_H = Z_H Z_E Z_\epsilon \sqrt{\frac{KF_{t1}(u \pm 1)}{bd_1 u}} \leq \sigma_{HP}$$

$$(2) a' \geq (u \pm 1) \sqrt[3]{\left(\frac{Z_H Z_E Z_\epsilon}{2\sigma_{HP}}\right)^2 \cdot \frac{KT_1(u \pm 1)}{\phi_{d1} u} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}}$$

式中： $a'$ 为变位齿轮的中心距； $\alpha'$ 为啮合角。

# 直齿圆柱齿轮的齿面接触疲劳强度条件

- 校核式

$$\sigma_H = Z_H Z_E Z_\varepsilon \sqrt{\frac{2KT_1(u \pm 1)}{b d_1^2 u}} \leq \sigma_{HP}$$

$\sigma_{HP}$ : 许用接触应力 (Mpa)

分度圆直径  $d_1$ 、齿宽  $b$ 、齿数比  $u$ 、啮合角  $\alpha'$

- 两齿轮的接触应力相等，即  $\sigma_{H1} = \sigma_{H2}$ 
  - 但许用接触应力  $\sigma_{HP1}$  和  $\sigma_{HP2}$  齿轮的材料、热处理方式和应力循环次数有关，一般不相等
  - 取  $\sigma_{HP1}$  和  $\sigma_{HP2}$  两者中较小者代入计算
- 齿轮接触强度主要取决于齿轮的大小，而不取决于轮齿或模数的大小
  - $d$  越大， $\sigma_H$  越小，接触强度越高 ( $F_n$  减小；齿廓平直)
  - 模数  $m$  的大小对接触强度无直接影响  $d_1 = mz_1$
- 啮合角  $\alpha'$  增大，可使  $Z_H$  和  $\sigma_H$  减小
  - 采用正角度变位传动 ( $x_1 + x_2 > 0$ )，可提高齿面接触强度

$$\sigma_H = Z_H Z_E Z_\epsilon \sqrt{\frac{2KT_1(u \pm 1)}{bd_1^2 u}} \leq \sigma_{HP}$$

设  $\phi_b = \frac{b}{d_1}$ , 求证:

$$(1) \sigma_H = Z_H Z_E Z_\epsilon \sqrt{\frac{KF_{t1}(u \pm 1)}{bd_1 u}} \leq \sigma_{HP}$$

$$(2) a' \geq (u \pm 1) \sqrt[3]{\left(\frac{Z_H Z_E Z_\epsilon}{2\sigma_{HP}}\right)^2 \cdot \frac{KT_1(u \pm 1)}{\psi_d u} \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha}}$$

式中:  $a'$  为变位齿轮的中心距;  $\alpha'$  为啮合角。

(1) 因为  $T_1 = F_{t1} \frac{d_1}{2}$ , 得

$$\sigma_H = Z_H Z_E Z_\epsilon \sqrt{\frac{2KF_{t1} \times \frac{d_1}{2}(u \pm 1)}{bd_1^2 u}} \leq \sigma_H$$

即

$$\sigma_H = Z_H Z_E Z_\epsilon \sqrt{\frac{KF_{t1}(u \pm 1)}{bd_1 u}} \leq \sigma_{HP}$$

(2) 因  $b = \psi_d d_1$ , 所以

$$\sigma_H = Z_H Z_E Z_\epsilon \sqrt{\frac{2KT_1(u \pm 1)}{\psi_d d_1^3 u}} \leq \sigma_{HP}$$

即

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\left(\frac{Z_H Z_E Z_\epsilon}{\sigma_{HP}}\right)^2 \cdot \frac{2KT_1}{\psi_d} \cdot \frac{(u \pm 1)}{u}}$$

因为

$$d_1' = d_1 \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'}$$

所以

$$a' = \frac{d_2' \pm d_1'}{2} = \frac{ud_1' \pm d_1'}{2}$$

$$= \frac{u \pm 1}{2} \cdot d_1 \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'} \geq (u \pm 1) \sqrt[3]{\left(\frac{Z_H Z_E Z_\epsilon}{2\sigma_{HP}}\right)^2 \cdot \frac{KT_1}{\psi_d} \cdot \frac{u \pm 1}{u} \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'}}$$

## 直齿圆柱齿轮的齿面接触疲劳强度条件

• 设计式: 齿面接触疲劳强度条件的另一表达形式

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\left(\frac{Z_H Z_E Z_\epsilon}{\sigma_{HP}}\right)^2 \cdot \frac{2KT_1}{\psi_d} \cdot \frac{u \pm 1}{u}} \quad (\text{mm})$$

- 其中齿宽  $b = \psi_d d_1$ ,  $\psi_d$  为齿宽系数,  $d_1$  为齿轮分度圆直径
- 正、负号对应外、内啮合齿轮传动
- 适用于标准和变位直齿圆柱齿轮传动

• 提高齿轮接触疲劳强度的主要措施

- 可减小齿面接触应力
  - 加大齿轮直径  $d$  或中心距  $a$
  - 适当增大齿宽  $b$  (或齿宽系数  $\psi_d$ )
  - 采用正角度变位齿轮传动和提高齿轮精度等级
- 提高许用接触应力  $\sigma_{HP}$  值
  - 改善齿轮材料和热处理方式 (提高齿面硬度)

### 渐开线直齿圆柱齿轮机构

## 渐开线直齿圆柱齿轮机构的啮合传动

• 2. 中心距具有可分性

- 两轮中心距的变化不影响传动的瞬时角速比, 这一特性称为中心距的可分性
- 两轮的瞬时角速比不仅与两轮的节圆半径成反比, 而且与基圆半径成反比
  - $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2'P'}{O_1'P'} = \frac{r_2'}{r_1'} = \frac{r_2 \cos\alpha}{r_1 \cos\alpha} = \frac{r_2}{r_1}$
- 即使两轮的实际中心距与设计中心距有点偏差, 也不会改变其瞬时角速比
  - $i_{12}' = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2''P''}{O_1''P''} = \frac{r_2''}{r_1''}$
  - 两轮中心距的变化只改变两轮的节圆半径, 齿轮制成后, 其基圆就已确定, 不因中心距的变化而有所改变
- 渐开线齿廓啮合的一大优点, 有很大的实用价值
  - 实际工作中, 由于制造和安装误差, 以及轴承磨损等原因, 齿轮的实际中心距与设计中心距往往不相等, 但由于渐开线齿廓啮合具有中心距的可分性, 故仍可保持定传动比传动

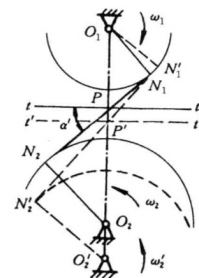


图 4-6 中心距的可分性

**例 2-6** 今有两对斜齿圆柱齿轮传动, 主动轴传递的功率  $P_1$  均为 13 kW,  $n_1 = 200$  r/min, 齿轮的法面模数  $m_n = 4$  mm, 齿数  $z_1 = 60$ , 螺旋角分别为  $9^\circ$  与  $18^\circ$ 。试求各对齿轮传动轴向力的大小。

(注: 齿轮传动轴向力计算式:  $F_a = F_t \tan \beta$ )

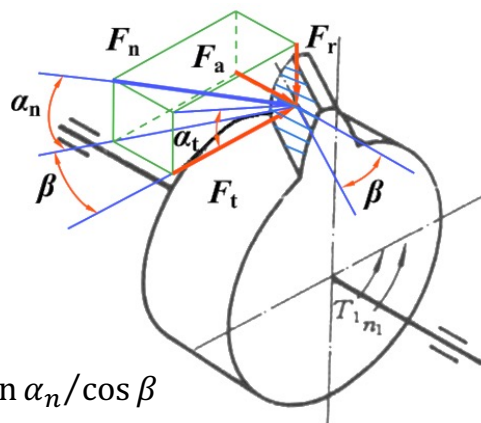
斜齿圆柱齿轮传动的强度条件

13

## 受力分析

• 若略去齿面间的摩擦力, 作用于节点  $C$  的法向力  $F_n$

- $\alpha_n$ : 法面分度圆压力角
- $\alpha_t$ : 端面分度圆压力角
- $\beta$ : 分度圆螺旋角
- $\beta_b$ : 基圆螺旋角



- 圆周力  $F_t = 2T_1/d_1$
- 径向力  $F_r = F_t \tan \alpha_t = F_t \tan \alpha_n / \cos \beta$
- 轴向力  $F_a = F_t \tan \beta$
- 法向力  $F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha_n \cdot \cos \beta} = \frac{F_t}{\cos \alpha_t \cdot \cos \beta_b} = \frac{F_t}{d_1 \cos \alpha_t \cdot \cos \beta_b}$



**例 2-6** 今有两对斜齿圆柱齿轮传动, 主动轴传递的功率  $P_1$  均为 13 kW,  $n_1 = 200$  r/min, 齿轮的法面模数  $m_n = 4$  mm, 齿数  $z_1 = 60$ , 螺旋角分别为  $9^\circ$  与  $18^\circ$ 。试求各对齿轮传动轴向力的大小。

(注: 齿轮传动轴向力计算式:  $F_a = F_t \tan\beta$ )

**解题要点:**

(1) 因两对齿轮传递的  $P_1$  和  $n_1$  相等, 故主动轴上的转矩也应相等, 即

$$T_1 = 9.55 \times 10^6 P_1 / n_1 = (9.55 \times 10^6 \times 13 / 200) \text{ N} \cdot \text{mm} = 620750 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

(2) 计算  $\beta = 9^\circ$  的齿轮传动的轴向力:

$$\begin{aligned} F_{t1} &= 2T_1 / d_1 = 2 \times 620750 \times \cos\beta / (m_n z_1) \\ &= 2 \times 620750 \times \cos 9^\circ / (4 \times 60) \text{ N} = 5109 \text{ N} \\ F_{a1} &= F_{t1} \tan\beta = 5109 \times \tan 9^\circ \text{ N} = 809 \text{ N} = F_{a2} \end{aligned}$$

(3) 计算  $\beta = 18^\circ$  的齿轮传动的轴向力:

$$\begin{aligned} F'_{t1} &= \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2T_1 \cos\beta}{m_n z_1} = \frac{2 \times 620750 \times \cos 18^\circ}{4 \times 60} \text{ N} = 4920 \text{ N} \\ F'_{a1} &= F'_{t1} \tan\beta = 4920 \times \tan 18^\circ \text{ N} = 1599 \text{ N} = F'_{a2} \end{aligned}$$

**例 2-7** 两级圆柱齿轮传动中,若有一级为斜齿另一级为直齿,试问:斜齿圆柱齿轮应置于高速级还是低速级?为什么?若为直齿锥齿轮和圆柱齿轮所组成的两级传动中,锥齿轮应置于高速级还是低速级?为什么?

**例 2-7** 两级圆柱齿轮传动中,若有一级为斜齿另一级为直齿,试问:斜齿圆柱齿轮应置于高速级还是低速级?为什么?若为直齿锥齿轮和圆柱齿轮所组成的两级传动中,锥齿轮应置于高速级还是低速级?为什么?

斜齿圆柱齿轮传动的强度条件

13

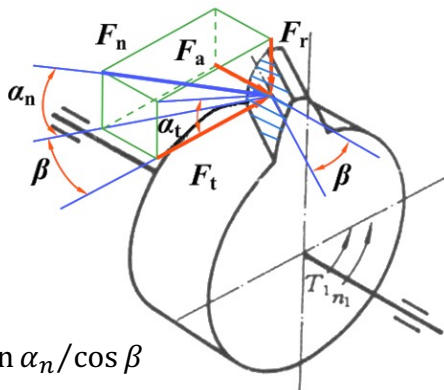
When gears are used to transmit motion between intersecting shafts

61

### 受力分析

• 若略去齿面间的摩擦力, 作用于节点  $C$  的法向力  $F_n$

- $\alpha_n$ : 法面分度圆压力角
- $\alpha_t$ : 端面分度圆压力角
- $\beta$ : 分度圆螺旋角
- $\beta_b$ : 基圆螺旋角

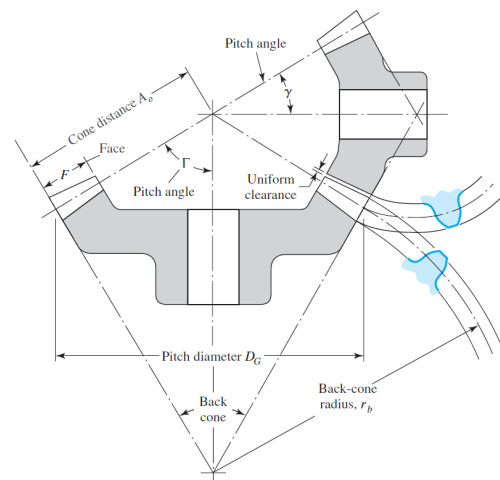


- 圆周力  $F_t = 2T_1/d_1$
- 径向力  $F_r = F_t \tan \alpha_t = F_t \tan \alpha_n / \cos \beta$
- 轴向力  $F_a = F_t \tan \beta$
- 法向力  $F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha_n \cdot \cos \beta} = \frac{F_t}{\cos \alpha_t \cdot \cos \beta_b} = \frac{F_t}{d_1 \cos \alpha_t \cdot \cos \beta_b}$

### Straight Bevel Gears

- The pitch of bevel gears
  - measured at the large end of the tooth
  - both the circular pitch and the pitch diameter are calculated in the same manner as for spur gears
- Pitch Angles
  - Defined by the pitch cones meeting at the apex

$$\tan \gamma = \frac{N_P}{N_G} \quad \tan \Gamma = \frac{N_G}{N_P}$$



**例 2-7** 两级圆柱齿轮传动中,若有一级为斜齿另一级为直齿,试问:斜齿圆柱齿轮应置于高速级还是低速级?为什么?若为直齿锥齿轮和圆柱齿轮所组成的两级传动中,锥齿轮应置于高速级还是低速级?为什么?

**解题要点:**

(1) 在两级圆柱齿轮传动中,斜齿轮应置于高速级,主要因为高速级的转速高,用斜齿圆柱齿轮传动,工作平稳,在精度等级相同时,允许传动的圆周速度较高;在忽略摩擦阻力影响时,高速级小齿轮的转矩是低速级小齿轮转矩的  $1/i$  ( $i$  是高速级的传动比),其轴向力小。

(2) 由锥齿轮和圆柱齿轮组成的两级传动中,锥齿轮一般应置于高速级,主要因为当传递功率一定时,低速级的转矩大,则齿轮的尺寸和模数也大,而锥齿轮的锥距  $R$  和模数  $m$  大时,则加工困难,或者加工成本大为提高。

**例 2-8** 某传动装置采用一对闭式软齿面标准直齿圆柱齿轮, 齿轮参数  $z_1 = 20, z_2 = 54, m = 4 \text{ mm}$ 。加工时误将箱体孔距镗大为  $a' = 150 \text{ mm}$ 。齿轮尚未加工, 应采取何种方法进行补救? 新方案的齿轮强度能满足要求吗?

**例 2-8** 某传动装置采用一对闭式软齿面标准直齿圆柱齿轮, 齿轮参数  $z_1 = 20, z_2 = 54, m = 4 \text{ mm}$ 。加工时误将箱体孔距镗大为  $a' = 150 \text{ mm}$ 。齿轮尚未加工, 应采取何种方法进行补救? 新方案的齿轮强度能满足要求吗?

渐开线直齿圆柱齿轮机构

37

## 外啮合标准直齿圆柱齿轮机构的几何尺寸计算

表 4-3 外啮合标准直齿圆柱齿轮几何尺寸的计算公式

名称	符号	计算公式
模数	$m$	根据齿轮强度等要求选择的标准值
压力角	$\alpha$	$\alpha = 20^\circ$
分度圆直径	$d$	$d_1 = mz_1, d_2 = mz_2$
齿顶高	$h_a$	$h_a = h_a^* m$
齿根高	$h_f$	$h_f = (h_f^* + c^*) m$
齿高	$h$	$h = h_a + h_f$
顶隙	$c$	$c = c^* m$
齿顶圆直径	$d_a$	$d_{a1} = d_1 + 2h_a, d_{a2} = d_2 + 2h_a$
齿根圆直径	$d_f$	$d_{f1} = d_1 - 2h_f, d_{f2} = d_2 - 2h_f$
基圆直径	$d_b$	$d_{b1} = d_1 \cos \alpha, d_{b2} = d_2 \cos \alpha$
齿距	$p$	$p = \pi m$
齿厚	$s$	$s = \frac{p}{2}$
齿槽距	$e$	$e = \frac{p}{2}$
标准中心距	$a$	$a = \frac{1}{2}(z_1 + z_2)m$

## 渐开线直齿圆柱齿轮机构

42

# 渐开线直齿圆柱齿轮机构的啮合传动

### 2. 中心距具有可分性

- 两轮中心距的变化不影响传动的瞬时角速比, 这一特性称为中心距的可分性
- 两轮的瞬时角速比不仅与两轮的节圆半径成反比, 而且与基圆半径成反比
  - $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P} = \frac{r_2'}{r_1'} = \frac{r_2 \cos \alpha}{r_1 \cos \alpha} = \frac{z_2}{z_1}$
- 即使两轮的 实际中心距与设计中心距有点偏差, 也不会改变其瞬时角速比
  - $i_{12}' = \frac{\omega_1'}{\omega_2'} = \frac{O_2'P'}{O_1'P'} = \frac{r_2}{r_1}$
  - 两轮中心距的变化只改变两轮的节圆半径, 齿轮制成后, 其基圆就已确定, 不因中心距的变化而有所改变

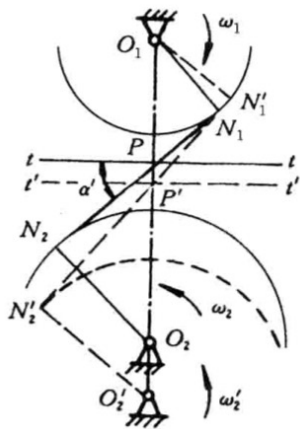


图 4-6 中心距的可分性

- 渐开线齿廓啮合的一大优点, 有很大的实用价值
  - 实际工作中, 由于制造和安装误差, 以及轴承磨损等原因, 齿轮的实际中心距与设计中心距往往不相等, 但由于渐开线齿廓啮合具有中心距的可分性, 故仍可保持定传动比传动

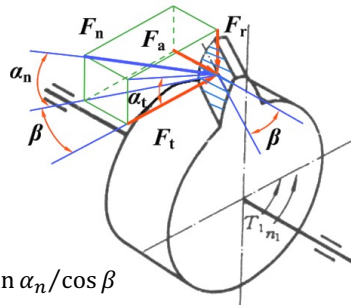
## 斜齿圆柱齿轮传动的强度条件

13

### 受力分析

- 若略去齿面间的摩擦力, 作用于节点 C 的法向力  $F_n$

- $\alpha_n$ : 法面分度圆压力角
- $\alpha_t$ : 端面分度圆压力角
- $\beta$ : 分度圆螺旋角
- $\beta_b$ : 基圆螺旋角



- 圆周力  $F_t = 2T_1/d_1$
- 径向力  $F_r = F_t \tan \alpha_t = F_t \tan \alpha_n / \cos \beta$
- 轴向力  $F_a = F_t \tan \beta$
- 法向力  $F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha_n \cos \beta} = \frac{F_t}{\cos \alpha_t \cos \beta_b} = \frac{F_t}{d_1 \cos \alpha_t \cos \beta_b}$

**例 2-8** 某传动装置采用一对闭式软齿面标准直齿圆柱齿轮, 齿轮参数  $z_1 = 20, z_2 = 54, m = 4 \text{ mm}$ 。加工时误将箱体孔距镗大为  $a' = 150 \text{ mm}$ 。齿轮尚未加工, 应采取何种方法进行补救? 新方案的齿轮强度能满足要求吗?

**解题要点:**

标准直齿圆柱齿轮的中心距为

$$a = m(z_1 + z_2)/2 = 4 \times (20 + 54)/2 \text{ mm} = 148 \text{ mm} \quad (\text{可补救})$$

(1) 将齿轮改为斜齿轮, 使中心距  $a' = a$ :

$$a' = m_n(z_1 + z_2)/(2\cos\beta) = 4 \times (20 + 54)/(2\cos\beta) = 150 \text{ mm}$$

$$\cos\beta = a/a' = 148/150 = 0.9867$$

$$\beta = 9.367^\circ = 9^\circ 22' 01''$$

通过调整  $\beta$  角, 达到  $a' = 150 \text{ mm}$ , 用斜齿代替直齿, 新方案不仅强度有所提高, 而且传动性能也有所改善。

(2) 或者采用正角度变位齿轮 ( $\chi_1 + \chi_2 > 0$ ), 同样可使  $a' > a, d' > d$ , 而仍用直齿轮, 选用合适的变位系数  $\chi_1$  与  $\chi_2$  值, 同样可达到  $a' = 150 \text{ mm}$ 。此时, 则  $\sigma'_H$  减少, 接触疲劳强度可提高。

**例 2-10** 一对标准直齿圆柱齿轮传动,当传动比  $i=2$  时,试问:

(1) 哪一个齿轮所受的弯曲应力大? 为什么?

(2) 若大、小齿轮的材料、热处理硬度均相同,小齿轮的应力循环次数  $N_1 = 10^6 < N_0$ ,则它们的许用弯曲应力是否相等? 为什么?

**解题要点:**

(1) 因一般  $Y_{Fa1} Y_{Sa1} > Y_{Fa2} Y_{Sa2}$ ,故  $\sigma_{F1} > \sigma_{F2}$ ,即小齿轮的齿根弯曲应力大。

(2) 两齿轮硬度相同,即试验齿轮的弯曲疲劳极限  $\sigma_{Flim1} = \sigma_{Flim2}$ ;但由于工作循环次数  $N_1 > N_2$  及齿轮的寿命系数  $Y_{N1} < Y_{N2}$ ,且又由于应力修正系数  $Y_{ST1} < Y_{ST2}$ ,故小齿轮的许用弯曲应力  $\sigma_{FP1} < \sigma_{FP2}$ 。



**例 2-11** 试求一对啮合齿轮的大、小齿轮,其弯曲疲劳强度为等强度的条件式。并求大小齿轮弯曲应力间的关系式。

**提示:**弯曲疲劳强度计算公式为

$$\sigma_{F1} = \frac{2KT_1}{bd_1 m_n} Y_{Fa1} Y_{Sa1} Y_\epsilon Y_\beta \leq \sigma_{FP1} \quad ①$$

$$\sigma_{F2} = \frac{2KT_1}{bd_1 m_n} Y_{Fa2} Y_{Sa2} Y_\epsilon Y_\beta \leq \sigma_{FP2} \quad ②$$

**解题要点:**

(1) 解提示:由①、②两式中后面的两项,即得其大、小齿轮弯曲疲劳等强度条件式为

$$\frac{\sigma_{FP1}}{Y_{Fa1} Y_{Sa1}} = \frac{\sigma_{FP2}}{Y_{Fa2} Y_{Sa2}}$$

利用上式可判断一对齿轮中哪个齿轮的强度较弱,若  $\frac{\sigma_{FP1}}{Y_{Fa1} Y_{Sa1}} < \frac{\sigma_{FP2}}{Y_{Fa2} Y_{Sa2}}$ , 则表明小齿轮的弯曲强度低于大齿轮,应按小齿轮进行弯曲强度设计或校核。

(2) 解提示:由①、②两式中后面三、四项,又可获得大、小齿轮弯曲应力间的关系式为

$$\frac{\sigma_{F1}}{Y_{Fa1} Y_{Sa1}} = \frac{\sigma_{F2}}{Y_{Fa2} Y_{Sa2}}$$

利用上式,将可在已知一个齿轮的应力后,方便地求得另一齿轮的应力。

**例 2-12** 设有一对标准直齿圆柱齿轮,已知齿轮的模数为  $m=5$  mm,小、大齿轮的参数分别为:应力修正系数  $Y_{Sa1}=1.56, Y_{Sa2}=1.76$ ;齿形系数  $Y_{Fa1}=2.8, Y_{Fa2}=2.28$ ;许用应力  $\sigma_{FP1}=314$  MPa,  $\sigma_{FP2}=286$  MPa,并算得小齿轮的齿根弯曲应力  $\sigma_{F1}=306$  MPa。试问:

- (1) 哪一个齿轮的弯曲疲劳强度较大?
- (2) 两齿轮的弯曲疲劳强度是否均满足要求?

**解题要点:**

$$(1) \text{ 由 } \frac{\sigma_{FP1}}{Y_{Fa1} Y_{Sa1}} = \frac{314}{2.8 \times 1.56} = 71.886$$
$$\frac{\sigma_{FP2}}{Y_{Fa2} Y_{Sa2}} = \frac{286}{2.28 \times 1.76} = 71.272$$

且因  $71.886 > 71.272$ ,故小齿轮的弯曲疲劳强度大。

(2) 已知  $\sigma_{F1}=306$  MPa  $<$   $\sigma_{FP1}=314$  MPa,故小齿轮的弯曲疲劳强度满足要求。而

$$\sigma_{F2} = \sigma_{F1} \frac{Y_{Fa2} Y_{Sa2}}{Y_{Fa1} Y_{Sa1}} = 306 \times \frac{2.28 \times 1.76}{2.8 \times 1.56} \text{ MPa} = 281.1 \text{ MPa} < \sigma_{FP2} = 286 \text{ MPa}$$

结论:两齿轮的弯曲强度均满足要求。

**例 2-13** 一对按接触疲劳强度设计的软齿面钢制圆柱齿轮,经弯曲强度校核计算,发现其  $\sigma_F$  比  $\sigma_{FP}$  小很多。试问:设计是否合理?为什么?在材料、热处理硬度不变的条件下,可采取什么措施以提高其传动性能?

**解题要点:**

(1) 因闭式软齿面齿轮的主要失效形式为齿面疲劳点蚀,其设计准则为  $\sigma_H \leq \sigma_{HP}$ , 必须首先满足接触强度的要求,因此,此设计是合理的。

(2) 若材料、热处理硬度不变,在满足弯曲强度条件 ( $\sigma_F \leq \sigma_{FP}$ ) 下,可选用较多齿数。  
①  $z \uparrow$ , 则重合度  $\epsilon_a \uparrow$ , 使传动平稳,可降低齿轮的振动与噪声;②  $\epsilon_a \uparrow$ , 则重合度系数  $Z_\epsilon \downarrow$  而使  $\sigma_H \downarrow$ , 可提高齿轮的接触强度;③  $z \uparrow$ , 则  $m \downarrow$ , 可减轻齿轮的质量和减少金属的切削量,以节省工时和费用。

**例 2-14** 今有两对标准直齿圆柱齿轮,其材料、热处理方法、精度等级和齿宽均对应相等,并按无限寿命考虑,已知齿轮的模数和齿数分别为:第一对  $m=4\text{ mm}$ ,  $z_1=20$ ,  $z_2=40$ ; 第二对  $m'=2\text{ mm}$ ,  $z'_1=40$ ,  $z'_2=80$ 。若不考虑重合度不同产生的影响,在同样工况下工作时,求这两对齿轮应力的比值  $\sigma_H/\sigma'_H$  和  $\sigma_F/\sigma'_F$ 。

**提示:**直齿圆柱齿轮的弯曲疲劳校核式为

$$\sigma_F = \frac{2KT_1}{bd_1 m} Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\epsilon \leq \sigma_{FP}$$

$z = 20$  时,

$$Y_{Fa} = 2.8, \quad Y_{Sa} = 1.56$$

$z = 40$  时,

$$Y_{Fa} = 2.42, \quad Y_{Sa} = 1.67$$

$z = 80$  时,

$$Y_{Fa} = 2.22, \quad Y_{Sa} = 1.77$$

**解题要点:**

(1) 接触疲劳强度。由题设条件已知

$$d_1 = mz_1 = 4 \times 20\text{ mm} = 80\text{ mm}$$

$$d'_1 = m'z'_1 = 2 \times 40\text{ mm} = 80\text{ mm}$$

两对齿轮  $d_1 = d'_1$ , 其他条件均未变, 则接触疲劳强度亦不变, 即  $\sigma_H/\sigma'_H = 1$ 。

(2) 弯曲疲劳强度。根据弯曲疲劳强度计算式:

$$\sigma_{F1} = \frac{2KT_1}{bd_1 m} Y_{Fa1} Y_{Sa1} Y_\epsilon \leq \sigma_{FP1} \quad \text{①}$$

$$\sigma'_{F1} = \frac{2KT_1}{bd'_1 m'} Y'_{Fa} Y'_{Sa} Y_\epsilon \leq \sigma'_{FP1} \quad \text{②}$$

再由题设条件及计算结果, 已知  $d_1 = d'_1$ ,  $Y_{\epsilon 1} \approx Y_{\epsilon 2}$ , 两对齿轮的应力比为

$$\frac{\sigma_{F1}}{\sigma'_{F1}} = \frac{Y_{Fa1} Y_{Sa1}}{m} \cdot \frac{m'}{Y'_{Fa1} Y'_{Sa1} p} = \frac{2.8 \times 1.56}{4} \cdot \frac{2}{2.42 \times 1.67} = 0.5404$$

$$\frac{\sigma_{F2}}{\sigma'_{F2}} = \frac{Y_{Fa2} Y_{Sa2}}{m} \cdot \frac{m'}{Y'_{Fa2} Y'_{Sa2}} = \frac{2.42 \times 1.67}{4} \cdot \frac{2}{2.22 \times 1.77} = 0.5143$$

即第二对齿轮比第一对齿轮的弯曲应力大, 因它们许用弯曲应力相同, 则其弯曲疲劳强度低。

**例 2-15** 一对渐开线标准直齿圆柱齿轮,分度圆压力角为  $\alpha$ ,模数为  $m$ ,齿数为  $z_1, z_2$  ( $z_1 < z_2$ );另一对渐开线标准斜齿圆柱齿轮,法向压力角为  $\alpha_n$ ,其他参数为  $m_n, z'_1, z'_2$  ( $z'_1 < z'_2$ ),且  $\alpha = \alpha_n = 20^\circ, m = m_n, z_1 = z'_1, z_2 = z'_2$ 。在其他条件相同的情况下,试证明斜齿圆柱齿轮比直齿圆柱齿轮的抗疲劳点蚀能力强。

提示:

$$\sigma_H = Z_H Z_E Z_\epsilon Z_\beta \sqrt{\frac{2KT_1(u+1)}{bd_1^2 u}} \leq \sigma_{HP}$$

解题要点:

(1) 由题  $m = m_n, z_1 = z'_1, z_2 = z'_2$ , 并设  $d_1$  与  $d'_1$  分别为直齿圆柱齿轮与斜齿圆柱齿轮的分度圆直径,有

$$d_1 = mz_1, \quad d'_1 = \frac{m_n z_1}{\cos\beta}$$

因  $\cos\beta < 1$ , 故  $d'_1 > d_1$ , 即斜齿圆柱齿轮的抗点蚀能力强。

(2) 斜齿圆柱齿轮比直齿圆柱齿轮多一个螺旋角系数  $Z_\beta$ , 而  $Z_\beta = \sqrt{\cos\beta} < 1$ , 即斜齿圆柱齿轮的  $\sigma_H \downarrow$ 。

(3) 因斜齿圆柱齿轮的综合曲率半径  $\rho'_\Sigma$  大于直齿圆柱齿轮的综合曲率半径  $\rho_\Sigma$ , 即  $\rho'_\Sigma > \rho_\Sigma$ , 使节点曲率系数  $Z'_H < Z_H$ , 而使斜齿圆柱齿轮的  $\sigma_H \downarrow$ 。

(4) 因斜齿圆柱齿轮的重合度  $\epsilon_r$  大于直齿圆柱齿轮, 故斜齿圆柱齿轮的重合度系数  $Z'_\epsilon < Z_\epsilon$ , 而使斜齿圆柱齿轮的  $\sigma_H \downarrow$ 。

综合上述四点可知,斜齿圆柱齿轮比直齿圆柱齿轮的抗疲劳点蚀能力强。

**例 2-16** 一对齿轮传动,若按无限寿命设计,如何判断其大、小齿轮中哪个不易出现齿面点蚀? 哪个不易出现齿根弯曲疲劳折断? 理由如何?

**解题要点:**

(1) 许用接触应力  $\sigma_{HP1}$ 、 $\sigma_{HP2}$  与齿轮的材料、热处理及齿面工作循环次数有关,一般  $HBW_1 = HBW_2 + (30 \sim 50)$ , 即试验齿轮的接触疲劳极限  $\sigma_{Hlim1} > \sigma_{Hlim2}$ , 故  $\sigma_{HP1} > \sigma_{HP2}$ 。况且  $\sigma_{H1} = \sigma_{H2}$ , 而按无限寿命设计时, 寿命系数  $Z_N = 1$ , 故小齿轮不易出现齿面点蚀。

(2) 比较两齿轮的  $\frac{Y_{Fa1} Y_{Sa1}}{\sigma_{FP1}}$  与  $\frac{Y_{Fa2} Y_{Sa2}}{\sigma_{FP2}}$ , 比值小的齿轮其弯曲疲劳强度大, 不易出现齿根弯曲疲劳折断。

**例 2-17** 一对闭式直齿圆柱齿轮, 已知:  $z_1 = 20, z_2 = 60; m = 3 \text{ mm}; \psi_d = 1$ ; 小齿轮转速  $n_1 = 950 \text{ r/min}$ 。若主、从动齿轮的  $\sigma_{\text{HP1}} = 700 \text{ MPa}, \sigma_{\text{HP2}} = 650 \text{ MPa}$ ; 载荷系数  $K = 1.6$ ; 节点区域系数  $Z_H = 2.5$ ; 弹性系数  $Z_E = 189.8 \sqrt{\text{MPa}}$ ; 重合度系数  $Z_\epsilon = 0.9$ 。试按接触疲劳强度, 求该齿轮传动所能传递的功率。

**提示:** 接触疲劳强度校核公式为

$$\sigma_H = Z_H Z_E Z_\epsilon \sqrt{\frac{2KT_1(u+1)}{bd_1^2 u}} \leq \sigma_{\text{HP}}$$

**解题要点:**

(1) 上述提示式中

$$u = z_2/z_1 = 60/20 = 3$$

$$d_1 = mz_1 = 3 \times 20 \text{ mm} = 60 \text{ mm}$$

$$b = \psi_d d_1 = 1 \times 60 \text{ mm} = 60 \text{ mm}$$

因为大齿轮的许用应力较低, 应按大齿轮计算, 故

$$\begin{aligned} T_1 &= \left( \frac{\sigma_{\text{HP2}}}{Z_H Z_E Z_\epsilon} \right)^2 \cdot \frac{bd_1^2 u}{2K(u+1)} \\ &= \left( \frac{650}{2.5 \times 189.8 \times 0.9} \right)^2 \times \frac{60 \times 60^2 \times 3}{2 \times 1.6 \times (3+1)} \text{ N} \cdot \text{mm} \\ &= 117.3 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm} \end{aligned}$$

(2) 该齿轮所能传递的功率为

$$P = \frac{T_1 n_1}{9.55 \times 10^6} = \frac{117.3 \times 10^3 \times 750}{9.55 \times 10^6} \text{ kW} = 9.21 \text{ kW}$$

**例 2-18** 今有一对  $\Sigma = \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$  的直齿锥齿轮, 已知: 小齿轮的圆周力  $F_{t1} = 2580 \text{ N}$ ,  $n_1 = 360 \text{ r/min}$ ,  $z_1 = 24$ ,  $m = 4 \text{ mm}$ , 齿宽  $b = 30 \text{ mm}$ , 分度圆锥角  $\delta_1 = 26^\circ 33' 54''$ 。试求该对齿轮所能传递的功率  $P$ 。

**提示:**  $\tan \delta_1 = 1/u$ ,  $d_{m1} = (1 - 0.5\phi_R)d_1$

**解题要点:**

由  $\tan \delta_1 = 1/u$ , 得

$$u = 1/\tan \delta_1 = 1/\tan 26^\circ 33' 54'' = 2$$

$$z_2 = z_1 u = 24 \times 2 = 48$$

$$d_1 = mz_1 = 4 \times 24 \text{ mm} = 96 \text{ mm}$$

$$d_2 = mz_2 = 4 \times 48 \text{ mm} = 192 \text{ mm}$$

锥距  $R = \frac{1}{2} \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = 0.5 \sqrt{96^2 + 192^2} \text{ mm} = 107.33 \text{ mm}$

齿宽中点分度圆直径  $d_{m1} = (1 - 0.5\phi_R)d_1 = (1 - 0.5b/R)d_1$

$$d_{m1} = [1 - 0.5 \times (30/107.33)] \times 96 \text{ mm} = 82.58 \text{ mm}$$

$$T_1 = F_{t1} d_{m1} / 2 = 2580 \times 82.58 / 2 \text{ N} \cdot \text{mm} = 106528 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

该齿轮传递的功率为

$$P = \frac{T_1 n_1}{9.55 \times 10^6} = \frac{106528 \times 360}{9.55 \times 10^6} \text{ kW} = 4 \text{ kW}$$



**例 2-19** 一开式直齿圆柱齿轮传动中,小齿轮齿根上产生的弯曲应力  $\sigma_{F1} = 120 \text{ MPa}$ ,已知小齿轮齿数  $z_1 = 20$ ,齿数比  $u = 5$ ,啮合角  $\alpha = 20^\circ$ 。试问在大齿轮的齿根危险剖面上将产生多大的弯曲应力。

**提示:**已查得  $Y_{Fa1} = 2.80; Y_{Fa2} = 2.18; Y_{Sa1} = 1.55; Y_{Sa2} = 1.79$ 。

**解题要点:**

按大小齿轮弯曲应力间的关系式,则大齿轮齿根危险剖面上的弯曲应力为

$$\sigma_{F2} = \sigma_{F1} \cdot \frac{Y_{Fa2} Y_{Sa2}}{Y_{Fa1} Y_{Sa1}} = \frac{120 \times 2.18 \times 1.79}{2.80 \times 1.55} \text{ MPa} = 107.9 \text{ MPa}$$

**例 2-20** 有一对直齿圆柱齿轮传动,传递功率  $P_1 = 22 \text{ kW}$ ,小齿轮材料为 40Cr 钢(调质), $\sigma_{\text{HP1}} = 500 \text{ MPa}$ ;大齿轮材料为 45 钢(正火), $\sigma_{\text{HP2}} = 420 \text{ MPa}$ 。如果通过热处理方法将材料的力学性能分别提高到  $\sigma'_{\text{HP1}} = 680 \text{ MPa}$ , $\sigma'_{\text{HP2}} = 600 \text{ MPa}$ 。试问:此传动在不改变工作条件及其他设计参数的情况下,它的计算转矩( $KT_1$ )能提高百分之几?

**提示:**接触疲劳强度校核公式为

$$\sigma_{\text{H}} = Z_{\text{H}} Z_{\text{E}} Z_{\epsilon} \sqrt{\frac{2KT_1(u+1)}{bd_1^2 u}} \leq \sigma_{\text{HP}}$$

**解题要点:**

(1) 将提示公式转换成

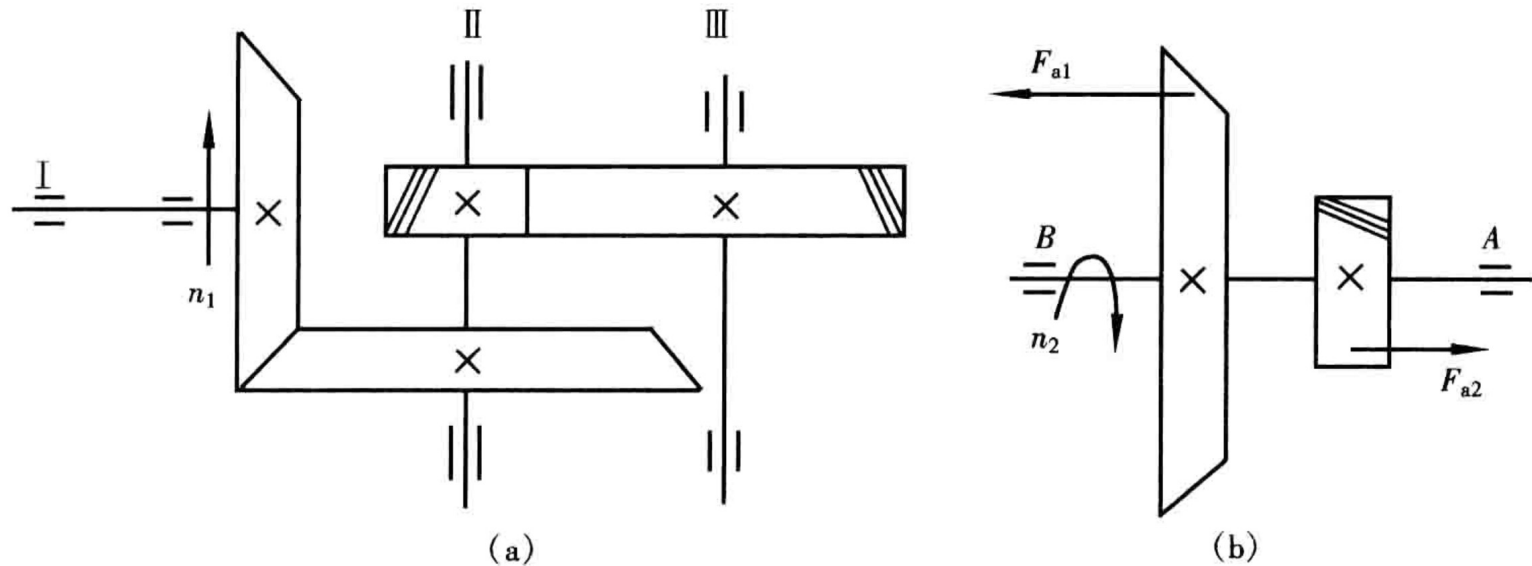
$$KT_1 = \left( \frac{\sigma_{\text{HP}}}{Z_{\text{H}} Z_{\text{E}} Z_{\epsilon}} \right)^2 \cdot \frac{bd_1^2 u}{2(u+1)}$$

(2)  $KT_1$  为该齿轮的计算转矩,在工作条件及其他设计参数不变的情况下,从式中可以看出该传动的  $KT_1$  仅与许用接触应力  $\sigma_{\text{HP}}$  有关。

$$\frac{KT'_1}{KT_1} = \frac{\sigma'_{\text{HP2}}}{\sigma_{\text{HP2}}} = \frac{(600)^2}{(420)^2} = 2.04$$

结论:计算转矩可以提高 104%。

**例 2-21** 已知一对直齿锥齿轮的传动比  $i = 2.5$ , 压力角  $\alpha = 20^\circ$ , 齿宽中点分度圆的圆周力  $F_{t1} = 5600 \text{ N}$ , 斜齿圆柱齿轮分度圆螺旋角  $\beta = 11^\circ 36'$ , 分度圆的圆周力  $F_{t2} = 9500 \text{ N}$ 。试求：轴 II 上的轴向力的大小和方向。螺旋角  $\beta$  的方向如例 2-21 图(a)所示。



例 2-21 图

(注:直齿圆柱齿轮与斜齿圆柱齿轮轴向力计算公式分别为:  $F_{a1} = F_{t1} \tan\alpha \sin\delta_1$ ;  $F_{a2} = F_{t2} \tan\beta$ 。)

**解题要点：**

设锥齿轮的轴向力为  $F_{a1}$ ，圆柱齿轮的轴向力为  $F_{a2}$ ，则

$$F_{a1} = F_{t1} \tan\alpha \sin\delta_1$$

而  $\tan\delta_1 = 1/u = 1/2.5 = 0.4$ ，有  $\delta_1 = 21^\circ 48' 5''$ ，故

$$F_{a1} = 5600 \times \tan 20^\circ \sin 21^\circ 48' 5'' \text{ N} = 757 \text{ N}$$

$$F_{a2} = F_{t2} \tan\beta = 9500 \times \tan 11^\circ 36' \text{ N} = 1950 \text{ N}$$

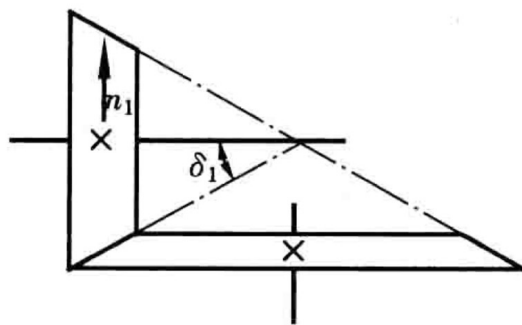
则轴 II 上的轴向力为

$$F_a = F_{a2} - F_{a1} = (1950 - 757) \text{ N} = 1193 \text{ N}$$

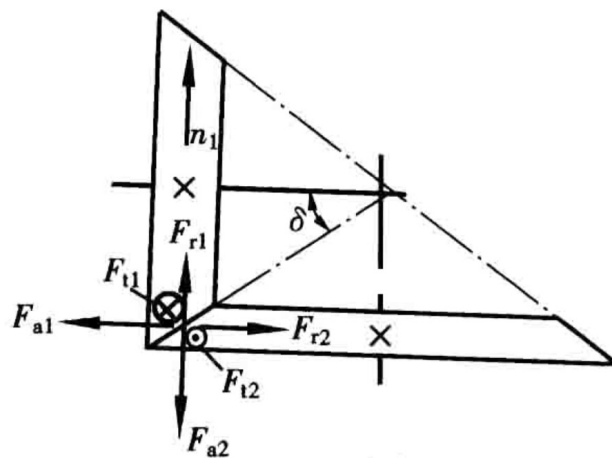
$F_a$  的方向指向点 A(见例 2-21 图(b))。

**例 2-22** 分析直齿锥齿轮传动中大锥齿轮受力, 已知例 2-22 图(a)中,  $z_1 = 28, z_2 = 48, m = 4 \text{ mm}; b = 30 \text{ mm}, \psi_R = 0.3, \alpha = 20^\circ, n = 960 \text{ r/min}$ , 传递功率  $P = 3 \text{ kW}$ 。试在图上标出三个分力的方向并计算其大小(忽略摩擦力的影响)。

提示:  $F_r = F_t \tan \alpha \cos \delta, F_a = F_t \tan \alpha \sin \delta, \cos \delta_1 = \frac{u}{\sqrt{1+u^2}}$



(a)



(b)

解题要点：

(1) 三个分力方向如例 2-22 图(b)所示。

(2) 求出齿轮主要尺寸及所传递的转矩  $T_1$ 。

$$d_1 = mz_1 = 4 \times 28 \text{ mm} = 112 \text{ mm}$$

$$d_2 = mz_2 = 4 \times 48 \text{ mm} = 192 \text{ mm}$$

$$T_1 = 9.55 \times 10^6 \frac{P}{n} = 9.55 \times 10^6 \times \frac{3}{960} \text{ N} \cdot \text{mm} = 29844 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{48}{28} = 1.7143$$

$$\cos\delta_1 = \frac{u}{\sqrt{1+u^2}} = \frac{1.7143}{\sqrt{1+(1.7143)^2}} = 0.8638$$

$$\delta_1 = 30^\circ 15' 14''$$

$$\sin\delta_1 = \sin 30^\circ 15' 14'' = 0.5038$$

(3) 求  $F_{t1}$ 、 $F_{r1}$ 、 $F_{a1}$  的大小。

$$F_{t1} = \frac{2T_1}{(1-0.5\psi_R)d_1} = \frac{2 \times 29844}{(1-0.5 \times 0.3) \times 112} \text{ N} = 627 \text{ N}$$

$$F_{r1} = F_{t1} \tan\alpha \cos\delta_1 = 627 \times 0.364 \times 0.8638 \text{ N} = 197 \text{ N}$$

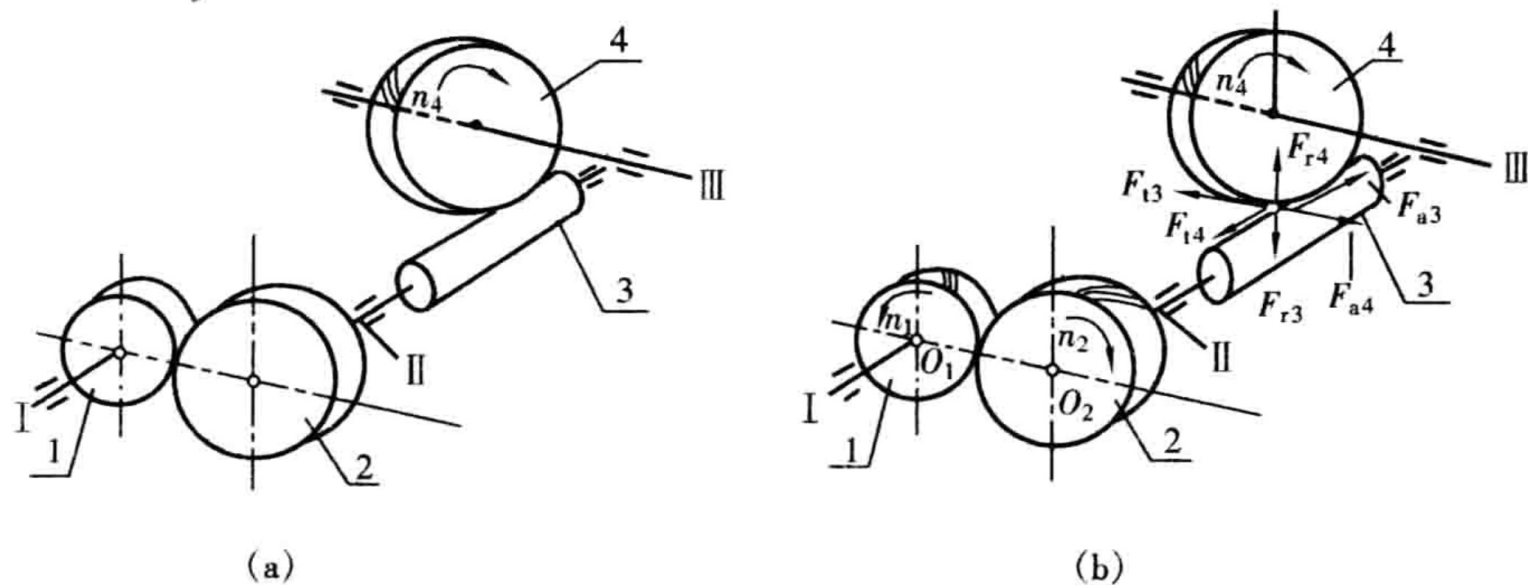
$$F_{a1} = F_{t1} \tan\alpha \sin\delta_1 = 627 \times 0.364 \times 0.5038 \text{ N} = 115 \text{ N}$$

**例 2-23** 例 2-23 图(a)所示为一对标准斜齿圆柱齿轮-蜗杆组成的二级传动,小齿轮为主动轮。已知:①蜗轮的节圆直径  $d_4$ ,螺旋角  $\beta$ ,端面压力角  $\alpha$ ;②蜗轮传递的转矩  $T_4$  (N·m)。试求:

- (1) 齿轮 1、2 及蜗杆的螺旋线方向,轴 I、II 的旋转方向(用箭头在图中标出);
- (2) 在图中标出蜗杆传动各分力  $F_{t3}$ 、 $F_{r3}$ 、 $F_{a3}$ ;  $F_{t4}$ 、 $F_{r4}$ 、 $F_{a4}$  的方向。

**解题要点:**

- (1) 蜗杆、齿轮 1、2 的螺旋线方向,轴 I、II 的旋转方向均已标于例 2-23 图(b)中。
- (2)  $F_{t3}$ 、 $F_{r3}$ 、 $F_{a3}$  及  $F_{t4}$ 、 $F_{r4}$ 、 $F_{a4}$  的方向已标于例 2-23 图(b)中。



例 2-23 图

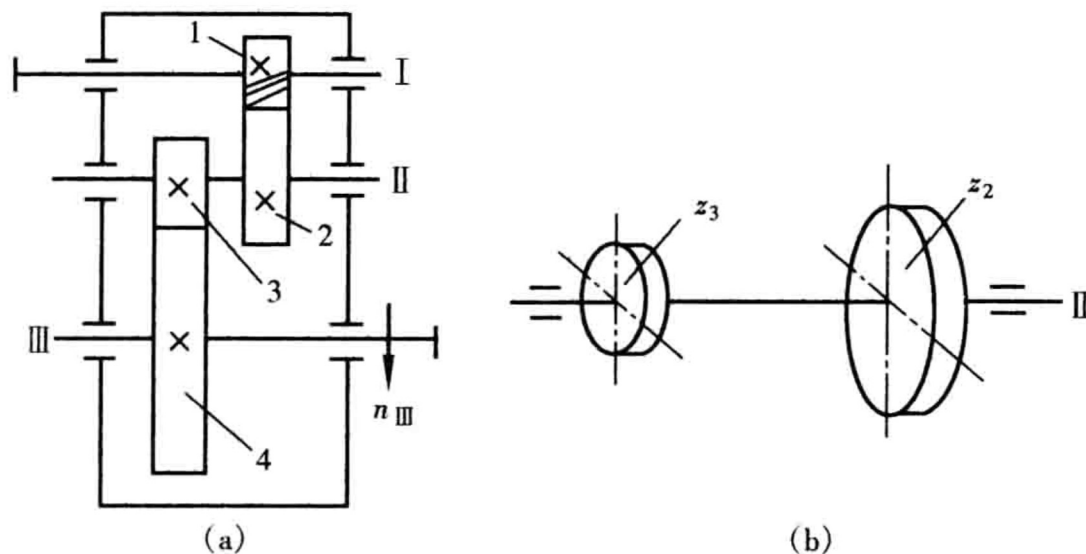
**例 2-24** 例 2-24 图所示为两级斜齿圆柱齿轮减速器, 已知: 齿轮 1 的螺旋线方向和轴 III 的转向, 齿轮 2 的参数  $m_n = 3 \text{ mm}$ ,  $z_2 = 57$ ,  $\beta_2 = 14^\circ$ ; 齿轮 3 的参数  $m_n = 5 \text{ mm}$ ,  $z_3 = 21$ 。试求:

(1) 为使轴 II 所受的轴向力最小, 齿轮 3 应选取的螺旋线方向, 并在图 (b) 上标出齿轮 2 和齿轮 3 的螺旋线方向;

(2) 在图 (b) 上标出齿轮 2 和齿轮 3 所受各分力的方向;

(3) 如果使轴 II 的轴承不受轴向力, 则齿轮 3 的螺旋角  $\beta_3$  应取多大值 (忽略摩擦损失)?

提示: 轴 II 用深沟球轴承。



例 2-24 图



解题要点：

(1) 根据轴Ⅲ转向  $n_{\text{III}}$ ，可在例 2-24 图解(a)上标出  $n_{\text{I}}$  和  $n_{\text{II}}$  的转向。而齿轮 2 应为右旋，已标于例 2-24 图解(b)上。

(2) 根据主动轮左、右手定则判断出  $F_{a2}$ 、 $F_{a3}$ ；根据齿轮 2 是从动轮，齿轮 3 是主动轮判断出  $F_{t2}$ 、 $F_{t3}$ ；根据径向力指向各自轴心的原则，判断径向力  $F_{r2}$ 、 $F_{r3}$  的方向。 $F_{a2}$ 、 $F_{a3}$ 、 $F_{t2}$ 、 $F_{t3}$ 、 $F_{r2}$ 、 $F_{r3}$  已在啮合点画出(例 2-24 图解(b))。

(3) 若使轴Ⅱ轴承不受轴向力，则

$$|F_{a2}| = |F_{a3}|$$

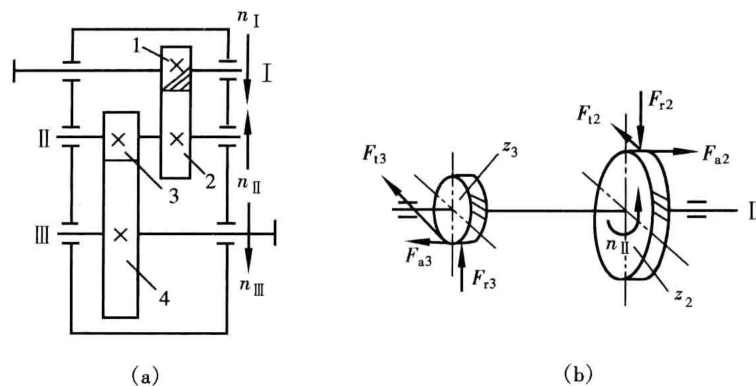
而

$$F_{a2} = F_{t2} \tan\beta_2, \quad F_{a3} = F_{t3} \tan\beta_3$$

所以

$$F_{t2} \tan\beta_2 = F_{t3} \tan\beta_3$$

略去摩擦损失，由转矩平衡条件得



例 2-24 图解

$$F_{t2} \frac{d_2}{2} = F_{t3} \frac{d_3}{2}$$

所以

$$\tan\beta_3 = \frac{F_{t2}}{F_{t3}} \tan\beta_2 = \frac{d_3}{d_2} \tan\beta_2 = \frac{m_{n3} z_3 / \cos\beta_3}{m_{n2} z_2 / \cos\beta_2} \tan\beta_2$$

得

$$\sin\beta_3 = \frac{m_{n3} z_3}{m_{n2} z_2} \sin\beta_2 = \frac{5 \times 21}{3 \times 57} \times \sin 14^\circ = 0.14855$$

$$\beta_3 = 8^\circ 32' 34''$$

即使轴Ⅱ的轴承不受轴向力，则齿轮 3 的螺旋角  $\beta_3$  应取为  $8^\circ 32' 34''$ 。



# ME311: 机械设计

## 2023年秋季

谢谢~

宋超阳  
南方科技大学