



第02章

平面连杆机构

习题课

宋超阳

南方科技大学

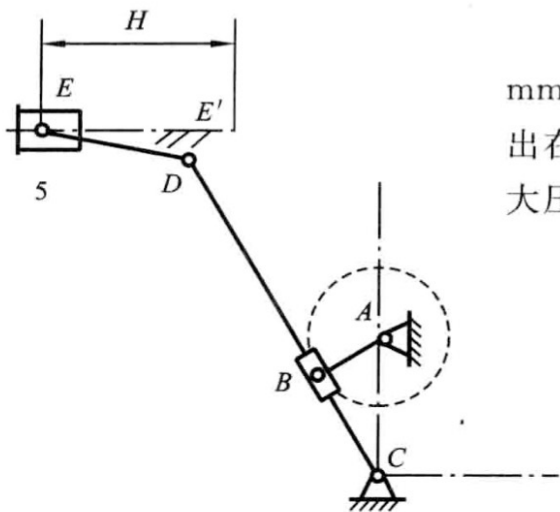


图 2-25 物流运输的主传动机构

例 2-1 图 2-25 所示为一物流运输的主传动机构, 已知 $l_{AB} = 75 \text{ mm}$, $l_{DE} = 100 \text{ mm}$, 行程速比系数 $K = 2$, 滑块 5 的行程 $H = 300 \text{ mm}$, 试计算机构导杆的摆角, 并指出在设计该机构时, 须使滑块导轨线位于何位置, 才能使滑块在整个行程中机构的最大压力角最小。

平面四杆机构设计中的共性问题

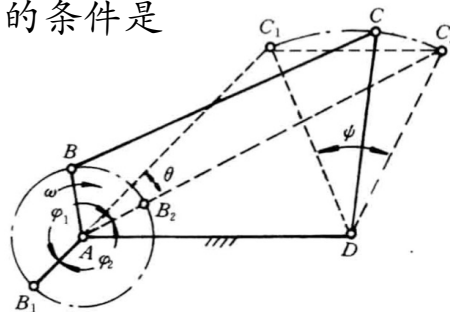
平面四杆机构输出件的急回特性

- 引入机构输出件的行程速度变化系数 k , 表明急回运动的特征
- k 的值为空回行程和工作行程的平均速度 v_2 与 v_1 的比值

$$\varphi_1 = 180^\circ + \theta > \varphi_2 = 180^\circ - \theta \Rightarrow \varphi = \omega t \Rightarrow t_1 > t_2 \Rightarrow v_1 > v_2$$

$$k = \frac{v_2}{v_1} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta}$$

- 综上所述, 平面四杆机构具有急回特性的条件是
 - (1) 原动件作等角速度整周转动
 - (2) 输出件作具有正、反行程的往复运动
 - (3) 极位夹角 $> 0^\circ$



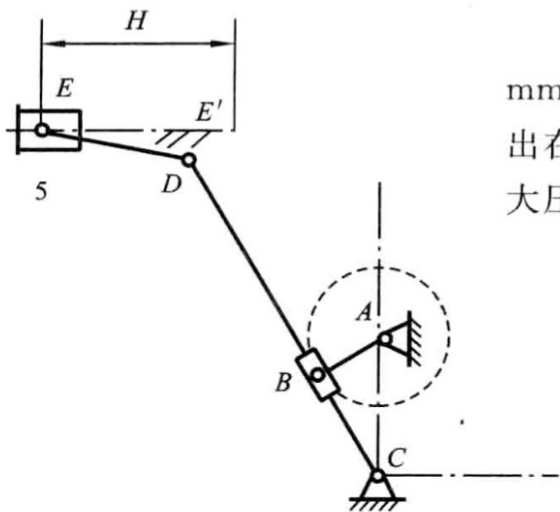


图 2-25 物流输送的主传动机构

例 2-1 图 2-25 所示为一物流输送的主传动机构, 已知 $l_{AB} = 75 \text{ mm}$, $l_{DE} = 100 \text{ mm}$, 行程速比系数 $K = 2$, 滑块 5 的行程 $H = 300 \text{ mm}$, 试计算机构导杆的摆角, 并指出在设计该机构时, 须使滑块导轨线位于何位置, 才能使滑块在整个行程中机构的最大压力角最小。

平面四杆机构设计中的共性问题

平面四杆机构的传动角和死点

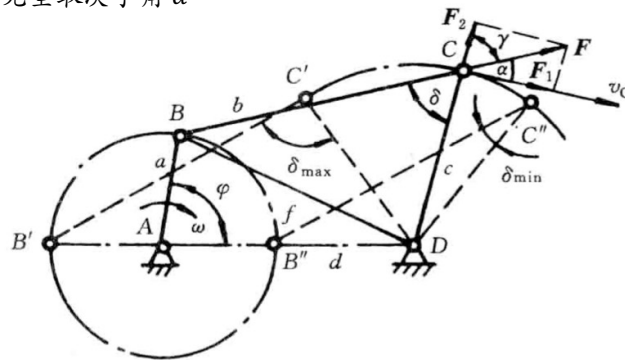
- 在不计摩擦力、惯性力和重力的条件下, 机构中驱使输出构件运动的力的方向线与输出构件上受力点的速度方向间所夹的锐角 (余角 γ 为传动角: $\gamma = 90^\circ - \alpha$)
 - 主动构件 AB 上的驱动力通过连杆 BC 传给输出构件 CD 的力 F 是沿 BC 方向
 - 设力 F 与速度 v_c 方向之间所夹的锐角为 α
 - $F_1 = F \cos \alpha$: 对从动件产生有效转动力矩
 - $F_2 = F \sin \alpha$: 只增加摩擦力矩, 无助于输出构件的转动
- 为使机构传力效果良好, 显然应使 F_1 的值愈大愈好
 - 理想情况是 $\alpha = 0^\circ$, 最坏的情况是 $\alpha = 90^\circ$
 - 在力 F 一定的条件下, F_1 、 F_2 的大小完全取决于角 α

为了提高机械的传动效率, 对于一些承受短暂高峰载荷的机构, 应使其在具有最小传动角的位置时, 刚好处于工作阻力较小 (或等于零) 的空回行程中

为了保证机构的传力效果, 应限制机构的压力角的最大值 α_{max} 或传动角的最小值 γ_{min} 在某一范围内

$$\gamma_{min} \geq [\gamma] \text{ 或 } \alpha_{max} \leq [\alpha]$$

- 一般机械: $[\gamma] = 30^\circ \sim 60^\circ$
- 高速和大功率机械: $[\gamma]$ 应取较大值



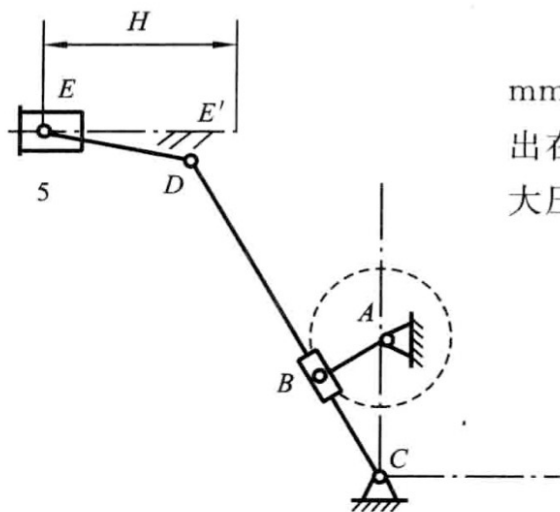


图 2-25 物流输送的主传动机构

例 2-1 图 2-25 所示为一物流输送的主传动机构, 已知 $l_{AB} = 75 \text{ mm}$, $l_{DE} = 100 \text{ mm}$, 行程速比系数 $K = 2$, 滑块 5 的行程 $H = 300 \text{ mm}$, 试计算机构导杆的摆角, 并指出在设计该机构时, 须使滑块导轨线位于何位置, 才能使滑块在整个行程中机构的最大压力角最小。

解 由已知行程速度变化系数 $K = 2$, 得极位夹角 θ 为

$$\theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1} = 60^\circ = \psi \text{——导杆摆角}$$

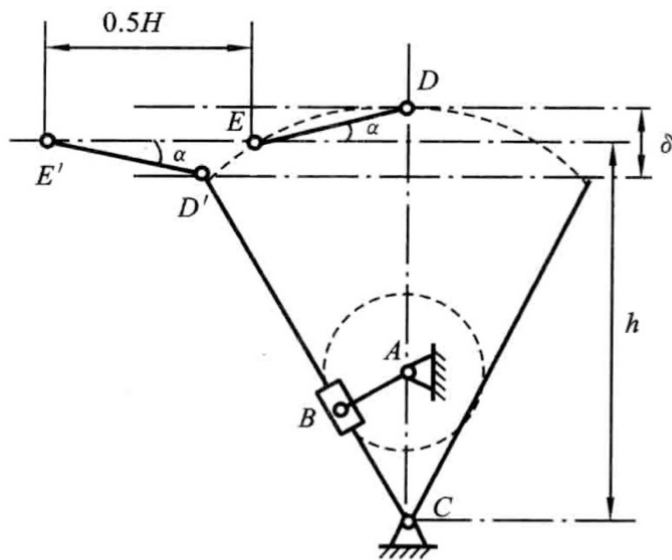


图 2-26 物流输送的主传动机构

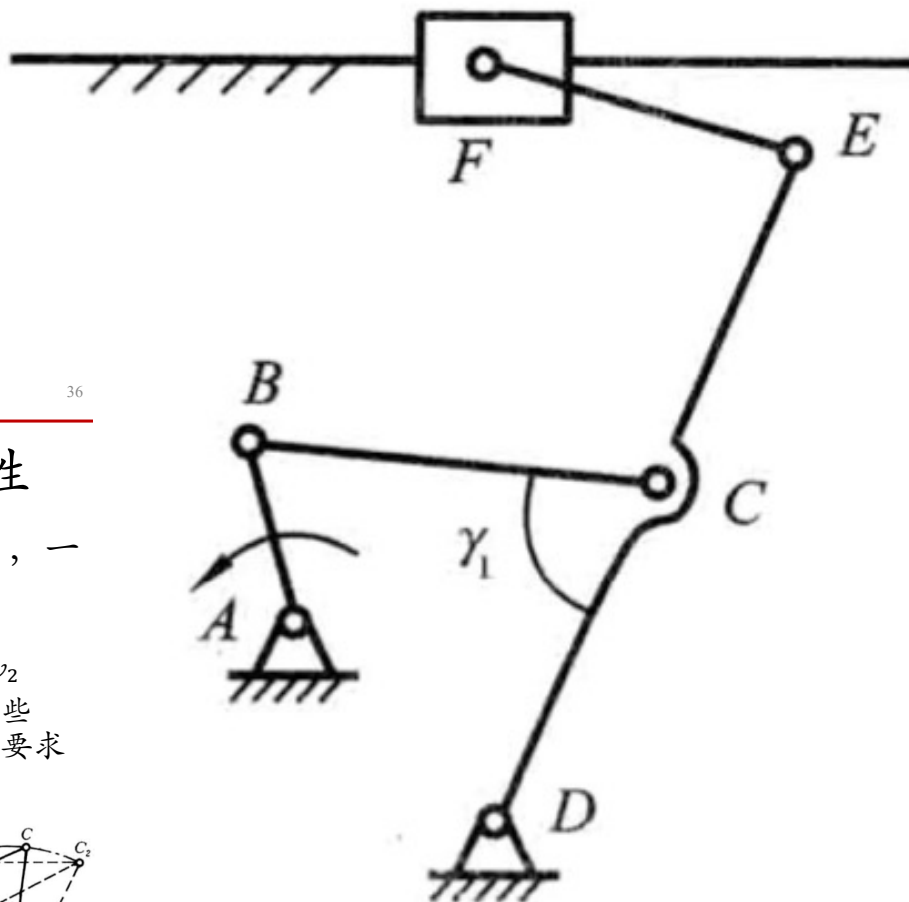
已知 $l_{AB} = 75 \text{ mm}$, 则

$$l_{AC} = l_{AB} / \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = 150 \text{ mm}$$

如图 2-26 所示, 要使压力角最小, 须使滑块导轨线位于 D 和 D' 两位置高度中点处, 此时在滑块的整个行程中机构的最大压力角最小。此时, 压力角

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{\delta}{2} / l_{DE}\right)。$$

例 2-2 试问：图 2-27 所示的六杆机构有何特点？是否存在急回特性？在何条件下该图示机构存在死点？



平面四杆机构设计中的共性问题

36

平面四杆机构输出件的急回特性

- 当曲柄等速转动时，摇杆来回摆动的平均速度不同，一快一慢
 - 极位夹角 θ
 - $\varphi_1 = 180^\circ + \theta > \varphi_2 = 180^\circ - \theta \Rightarrow \varphi = \omega t \Rightarrow t_1 > t_2 \Rightarrow v_1 > v_2$
 - 有些机器（如刨床），要求从动件工作行程的速度低一些（以便提高加工质量），而为了提高机械的生产效率，要求返回行程的速度高一些

• 摇杆的急回特性

- 使机构的慢速运动的行程为工作行程
- 而快速运动的行程为空回行程

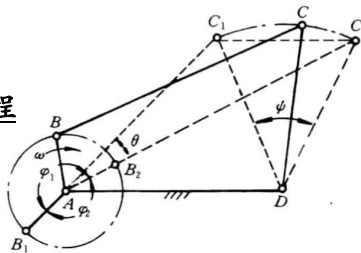
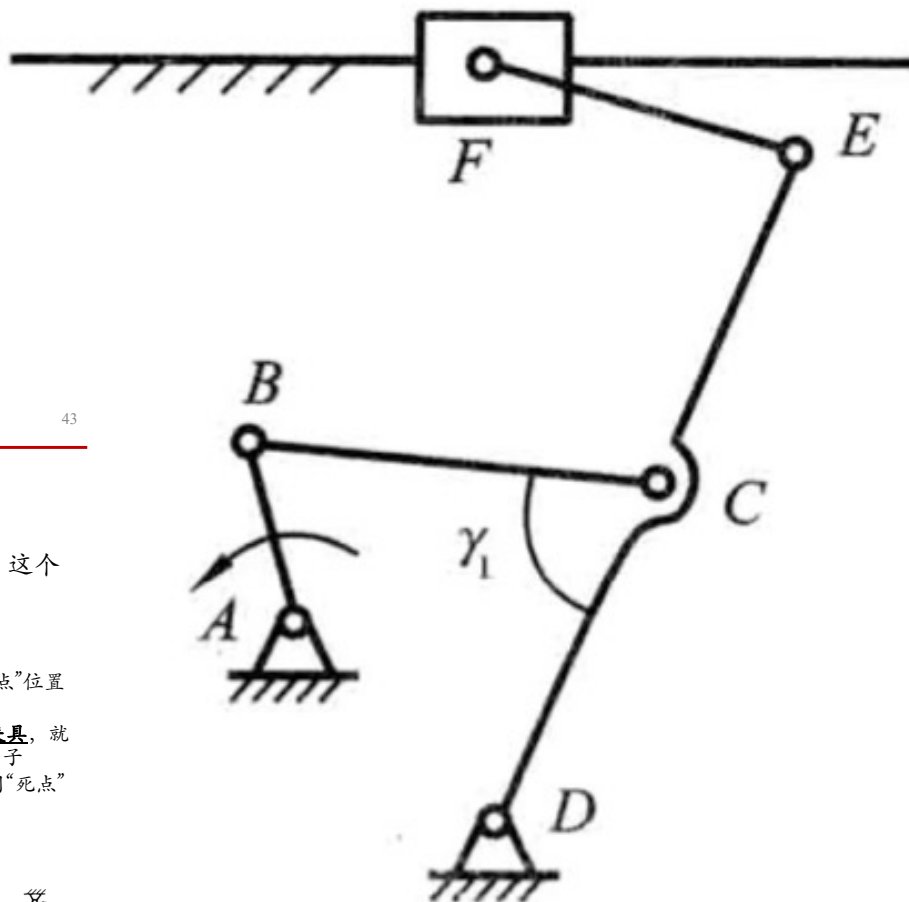


图 2-27 六杆机构

例 2-2 试问：图 2-27 所示的六杆机构有何特点？是否存在急回特性？在何条件下该图示机构存在死点？



平面四杆机构设计中的共性问题

43

机构的“死点”位置

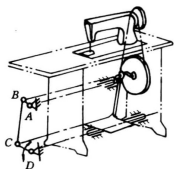
• 无论给机构主动件上的驱动力或驱动力矩有多大，均不能使机构运动，这个位置称为“死点”位置

不利的“死点”例子

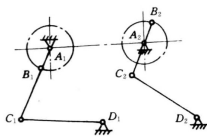
- 缝纫机主动件是摇杆（踏板）CD，输出件是曲柄AB
- 当曲柄与连杆共线时， $\gamma=0^\circ$ ，主动件摇杆给输出件曲柄的力将沿着曲柄的方向
- 不能产生使曲柄转动的有效力矩，当然也就无法驱使机构运动

有利的“死点”例子

- 在工程实践中，不少场合要利用“死点”位置来满足一定的工作要求
- 如图所示的钻床上夹紧工件的**快速夹具**，就是利用“死点”位置夹紧工件的一个例子
- 如图所示的**飞机起落架机构**也是利用“死点”位置进行工作的一个例子



(a) 缝纫机



(b) “死点”位置

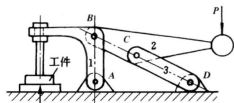


图 2-23 利用“死点”位置夹紧工件

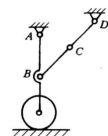


图 2-24 飞机起落架机构

图 2-27 六杆机构

例 2-2 试问：图 2-27 所示的六杆机构有何特点？是否存在急回特性？在何条件下该图示机构存在死点？

解 (1) 有扩大行程和实现运动平稳等优点。
(2) 存在急回特性。
(3) 滑块为主动件时机构会出现死点。

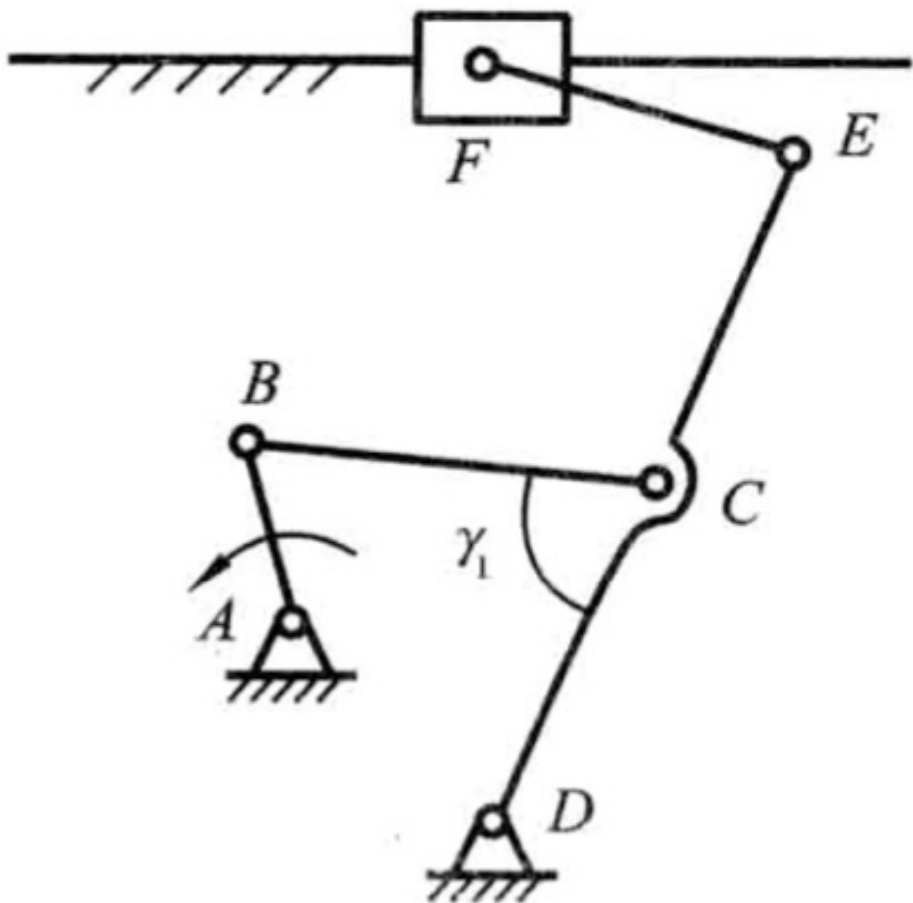


图 2-27 六杆机构

例 2-3 设计一曲柄滑块机构,已知滑块的行程速度变化系数 $k=1.5$,滑块的行程 $l_{C_1C_2}=50\text{ mm}$,导路的偏距 $e=20\text{ mm}$,如图 2-42 所示。

- (1) 求出曲柄长度 l_{AB} 和连杆长度 l_{BC} ;
- (2) 若从动件向左为工作行程,试确定曲柄的合理转向;
- (3) 求出机构的最小传动角 γ_{\min} 。

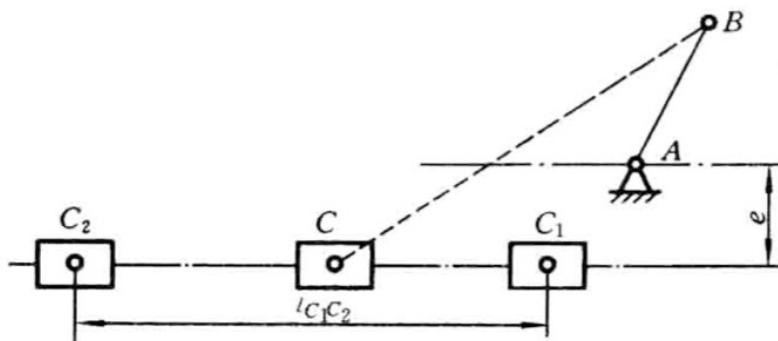


图 2-42 例 2-3 图

例 2-3 设计一曲柄滑块机构, 已知滑块的行程速度变化系数 $k=1.5$, 滑块的行程 $l_{C_1C_2}=50 \text{ mm}$, 导路的偏距 $e=20 \text{ mm}$, 如图 2-42 所示。

- (1) 求出曲柄长度 l_{AB} 和连杆长度 l_{BC} ;
- (2) 若从动件向左为工作行程, 试确定曲柄的合理转向;
- (3) 求出机构的最小传动角 γ_{\min} 。

平面四杆机构设计中的共性问题

38

平面四杆机构的传动角和死点

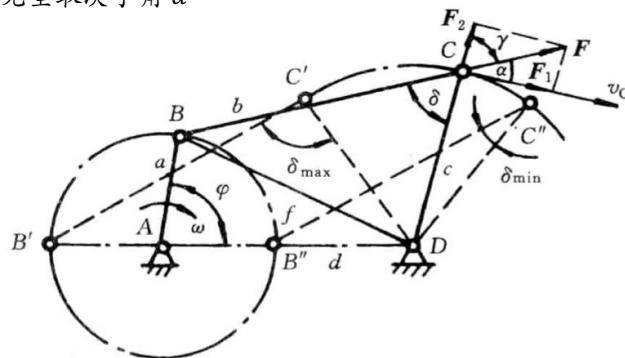
- 在不计摩擦力、惯性力和重力的条件下, 机构中驱使输出构件运动的力的方向线与输出构件上受力点的速度方向间所夹的锐角 (余角 γ 为传动角: $\gamma = 90^\circ - \alpha$)
 - 主动构件AB上的驱动力通过连杆BC传给出构件CD的力 F 是沿BC方向
 - 设力 F 与速度 v_c 方向之间所夹的锐角为 α
 - $F_1 = F \cos \alpha$: 对从动件产生有效转动力矩
 - $F_2 = F \sin \alpha$: 只增加摩擦力矩, 无助于输出构件的转动
- 为使机构传力效果良好, 显然应使 F_1 的值愈大愈好
 - 理想情况是 $\alpha = 0^\circ$, 最坏的情况是 $\alpha = 90^\circ$
 - 在力 F 一定的条件下, F_1 、 F_2 的大小完全取决于角 α

为了提高机械的传动效率, 对于一些承受短暂高峰载荷的机构, 应使其在具有最小传动角的位置, 刚好处于工作阻力较小 (或等于零) 的空回行程中

为了保证机构的传力效果, 应限制机构的压力角的最大值 α_{\max} 或传动角的最小值 γ_{\min} 在某一范围内

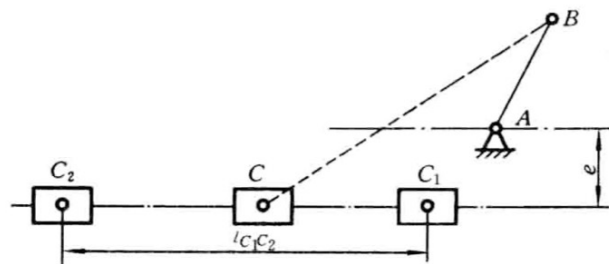
$$\gamma_{\min} \geq [\gamma] \text{ 或 } \alpha_{\max} \leq [\alpha]$$

- 一般机械: $[\gamma] = 30^\circ \sim 60^\circ$
- 高速和大功率机械: $[\gamma]$ 应取较大值



例 2-3 设计一曲柄滑块机构, 已知滑块的行程速度变化系数 $k=1.5$, 滑块的行程 $l_{C_1C_2}=50\text{ mm}$, 导路的偏距 $e=20\text{ mm}$, 如图 2-42 所示。

(1) 求出曲柄长度 l_{AB} 和连杆长度 l_{BC} ;



解 (1) 求杆长(用几何法)。极位夹角 $\theta=180^\circ\frac{k-1}{k+1}=36^\circ$, 按滑块的行程作线段 C_1C_2 。过点 C_1 作 $\angle OC_1C_2=90^\circ-\theta=54^\circ$, 过点 C_2 作 $\angle OC_2C_1=90^\circ-\theta=54^\circ$, 则得 OC_1 与 OC_2 的交点 O 。以点 O 为圆心、 $\overline{OC_1}$ 或 $\overline{OC_2}$ 为半径作圆弧, 它与直线 $\overline{C_1C_2}$ 的平行线(距离为 $e=20\text{ mm}$)相交于点 A (应该有两个交点, 现只取一个), 即为固定铰链中心 A (见图 2-43)。

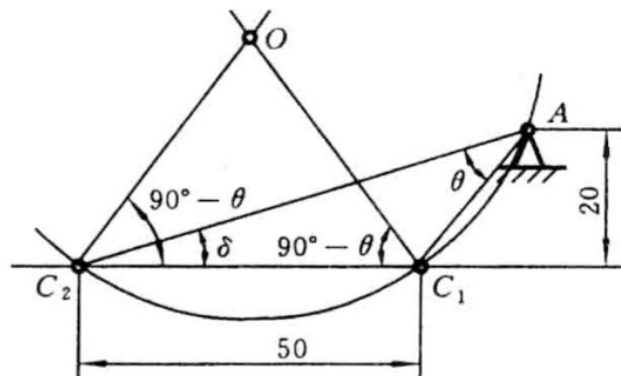


图 2-43 作图求固定铰链中心

根据图示几何关系并从图上量得

$$l_{AC_2} = l_{BC} + l_{AB} = 68\text{ mm}$$

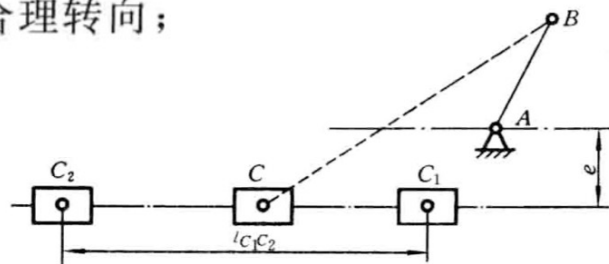
$$l_{AC_1} = l_{BC} - l_{AB} = 25\text{ mm}$$

联解上式可得

$$l_{BC} = 46.5\text{ mm}, \quad l_{AB} = 21.5\text{ mm}$$

例 2-3 设计一曲柄滑块机构, 已知滑块的行程速度变化系数 $k=1.5$, 滑块的行程 $l_{C_1C_2}=50 \text{ mm}$, 导路的偏距 $e=20 \text{ mm}$, 如图 2-42 所示。

- (2) 若从动件向左为工作行程, 试确定曲柄的合理转向;
- (3) 求出机构的最小传动角 γ_{\min} 。



(2) 根据急回特性及最小传动角出现在回程的要求, 判断出曲柄应顺时针转动。

(3) 求最小传动角。如图 2-44 所示, 可求得最小传动角。

因为

$$\cos \gamma_{\min} = \frac{e + l_{AB}}{l_{BC}} = \frac{21.5 + 20}{46.5} = 0.89$$

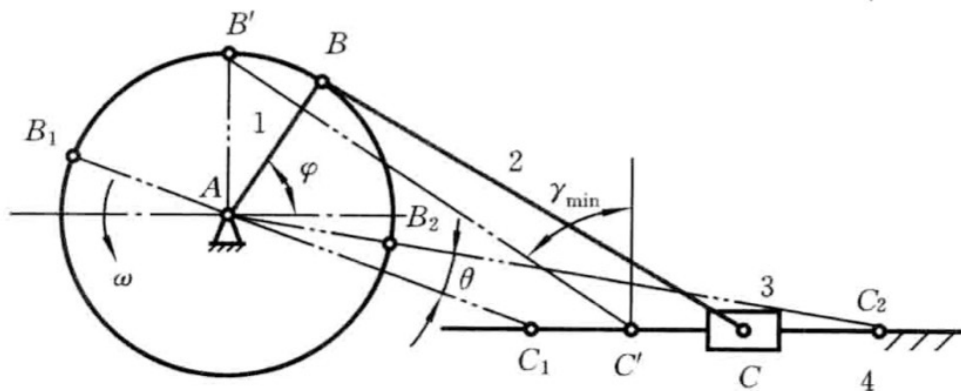


图 2-44 求最小传动角

所以

$$\gamma_{\min} = 26.8^\circ$$

例 2-6 设计一铰链四杆机构,使能近似实现给定的函数 $y = \lg x (1 \leq x \leq 2)$, 主、从动连架杆的最大摆角分别为 60° 和 90° , 试按取三个精确点综合此机构。

解 具体的综合步骤如下。

(1) 计算角位移。按三个精确点计算连架杆的对应角位移 $\varphi_i, \psi_i (i=1, 2, 3)$ 。

① 由 $x_0 = 1, x_n = 2$, 得 $F(x_0) = \lg x_0 = 0$ 和 $F(x_n) = \lg x_n = 0.301$ 。

② 由式(2-27)计算比例因子, $k_\varphi = 60^\circ, k_\psi = 299^\circ$ 。

③ 由式(2-26)算得 $x_1 = 1.067, x_2 = 1.5, x_3 = 1.933$ 。

④ 计算对应角位移。由式(2-28)并取 $\varphi_0 = 86^\circ, \psi_0 = 23.5^\circ$ 得

$$\varphi_1 = 90^\circ 12', \quad \psi_1 = 31^\circ 55' 8''$$

$$\varphi_2 = 116^\circ, \quad \psi_2 = 76^\circ 9'$$

$$\varphi_3 = 141^\circ 58' 8'', \quad \psi_3 = 109^\circ 4' 2''$$

故

$$\varphi_{12} = \varphi_2 - \varphi_1 = 25^\circ 58' 8'', \quad \psi_{12} = \psi_2 - \psi_1 = 44^\circ 13' 2''$$

$$\varphi_{13} = \varphi_3 - \varphi_1 = 51^\circ 57' 6'', \quad \psi_{13} = \psi_3 - \psi_1 = 77^\circ 8' 4''$$

例 2-6 设计一铰链四杆机构,使能近似实现给定的函数 $y = \lg x (1 \leq x \leq 2)$, 主、从动连架杆的最大摆角分别为 60° 和 90° , 试按取三个精确点综合此机构。

(2) 坐标变换及建立设计方程。由三个精确点可建立两个方程,可求解两个机构参数。设函数发生机构构型如图 2-53 所示,取铰点 $A(0,0)$ 、 $D(1,0)$ 、 $C_1(1.348, 0.217)$, 而铰点 B_1 的坐标 x_{B_1} 、 y_{B_1} 待求。

① 计算连架杆 AB 、 CD 的刚体位移矩阵,并进行坐标变换。由式(2-29)得

$$\mathbf{D}_{12}^{AB} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{12} & -\sin\varphi_{12} & 0 \\ \sin\varphi_{12} & \cos\varphi_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{13}^{AB} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{13} & -\sin\varphi_{13} & 0 \\ \sin\varphi_{13} & \cos\varphi_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_{12}^{DC} = \begin{bmatrix} \cos\psi_{12} & -\sin\psi_{12} & 1 - \cos\psi_{12} \\ \sin\psi_{12} & \cos\psi_{12} & -\sin\psi_{12} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{13}^{DC} = \begin{bmatrix} \cos\psi_{13} & -\sin\psi_{13} & 1 - \cos\psi_{13} \\ \sin\psi_{13} & \cos\psi_{13} & -\sin\psi_{13} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

将已知数据代入,则求得

则有

$$\begin{bmatrix} x_{B_2} \\ y_{B_2} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{D}_{12}^{AB} \begin{bmatrix} x_{B_1} \\ y_{B_1} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_{B_3} \\ y_{B_3} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{D}_{13}^{AB} \begin{bmatrix} x_{B_1} \\ y_{B_1} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_{C_2} \\ y_{C_2} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{D}_{12}^{DC} \begin{bmatrix} x_{C_1} \\ y_{C_1} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_{C_3} \\ y_{C_3} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{D}_{13}^{DC} \begin{bmatrix} x_{C_1} \\ y_{C_1} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_{B_2} \\ y_{B_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 25.98^\circ x_{B_1} - \sin 25.98^\circ y_{B_1} \\ \sin 25.98^\circ x_{B_1} + \cos 25.98^\circ y_{B_1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_{B_3} \\ y_{B_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 51.96^\circ x_{B_1} - \sin 51.96^\circ y_{B_1} \\ \sin 25.98^\circ x_{B_1} + \cos 51.96^\circ y_{B_1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_{C_2} \\ y_{C_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.098 \\ 0.698 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_{C_3} \\ y_{C_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.866 \\ 0.388 \end{bmatrix}$$

例 2-6 设计一铰链四杆机构,使能近似实现给定的函数 $y = \lg x (1 \leq x \leq 2)$, 主、从动连架杆的最大摆角分别为 60° 和 90° , 试按取三个精确点综合此机构。

② 由连杆 BC 长度不变建立设计方程。

$$\left. \begin{aligned} (x_{B_2} - x_{C_2})^2 + (y_{B_2} - y_{C_2})^2 &= (x_{B_1} - x_{C_1})^2 + (y_{B_1} - y_{C_1})^2 \\ (x_{B_3} - x_{C_3})^2 + (y_{B_3} - y_{C_3})^2 &= (x_{B_1} - x_{C_1})^2 + (y_{B_1} - y_{C_1})^2 \end{aligned} \right\}$$

将由坐标变换得到的 B_2, B_3, C_2, C_3 的坐标表达式代入以上方程, 并整理得

$$\left. \begin{aligned} 1.018x_{B_1} + 1.32y_{B_1} &= 0.963 \\ 0.373x_{B_1} + 0.68y_{B_1} &= 0.873 \end{aligned} \right\}$$

$$x_{B_1} = -2.490, \quad y_{B_1} = 2.649$$

解得

③ 计算各杆相对机架杆 AD 的长度。

$$l_{AD} = 1$$

$$l_{AB} = \sqrt{x_{B_1}^2 + y_{B_1}^2} = 3.635$$

$$l_{BC} = \sqrt{(x_{B_1} - x_{C_1})^2 + (y_{B_1} - y_{C_1})^2} = 4.543$$

$$l_{DC} = \sqrt{(x_{C_1} - x_D)^2 + (y_{C_1} - y_D)^2} = 0.410$$

例 2-6 设计一铰链四杆机构,使能近似实现给定的函数 $y = \lg x (1 \leq x \leq 2)$, 主、从动连架杆的最大摆角分别为 60° 和 90° , 试按取三个精确点综合此机构。

所得机构如图 2-56 所示。

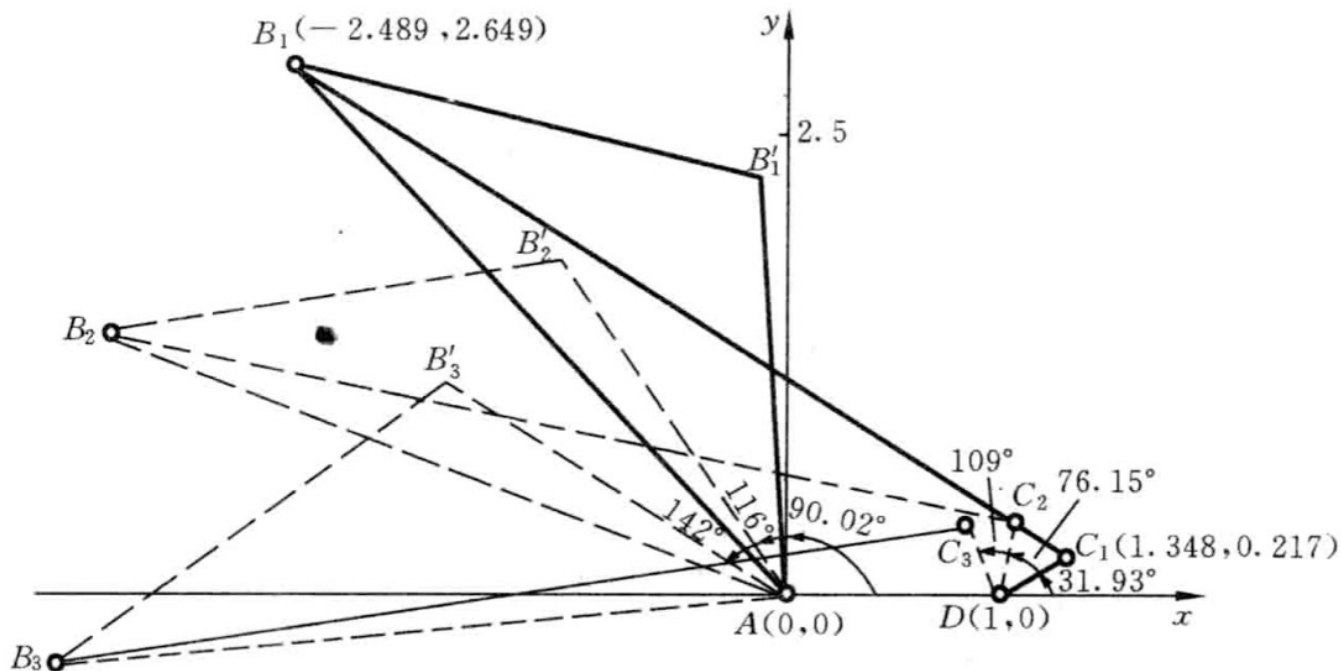


图 2-56 对数函数再现机构



ME311: 机械设计

2023年秋季

谢谢~

宋超阳
南方科技大学