



ME311 | 机械设计

2023年秋季

第01章 机械设计总论 习题课

宋超阳

南方科技大学

例 2-1 设有一零件受变应力作用,已知变应力的平均应力 $\sigma_m = 189 \text{ MPa}$,应力幅 $\sigma_a = 129 \text{ MPa}$,试求该变应力的循环特征 r 。

解 最大应力为

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a = (189 + 129) \text{ MPa} = 318 \text{ MPa}$$

最小应力为

$$\sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a = (189 - 129) \text{ MPa} = 60 \text{ MPa}$$

σ_{\max} 、 σ_{\min} 在横坐标的同侧。

循环特征为

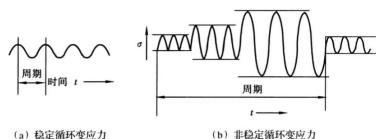
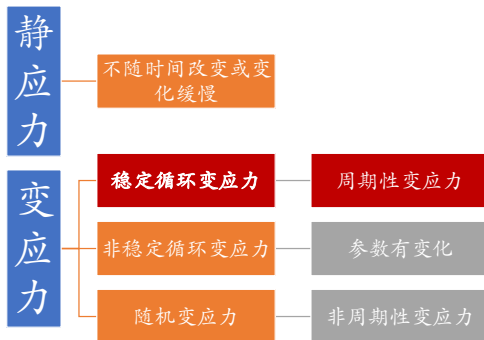
$$r = \pm \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{60}{318} = 0.1887$$

变应力作用下的强度问题

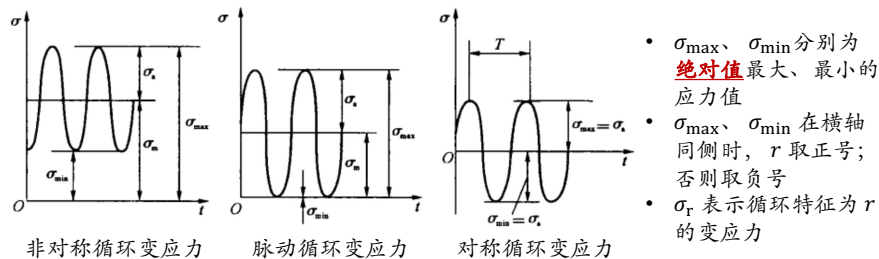
• 作用在机械零部件上的载荷,无论是静载荷还是变载荷,均可能产生变应力。

• 在变应力作用下机械零部件的失效与在静应力下的完全不同,因而,其约束强度条件的计算方法也有明显的区别。

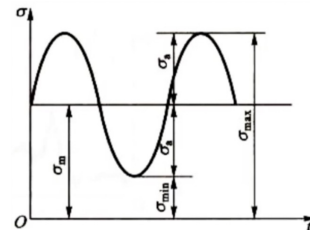
• 变应力的种类和特点



稳定循环变应力



- $\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a$ 最大应力
- $\sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a$ 最小应力
- $\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$ 应力幅 (总为正)
- $\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$ 平均应力
- $r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_m - \sigma_a}{\sigma_m + \sigma_a}$ 循环特征: $[-1, 1]$

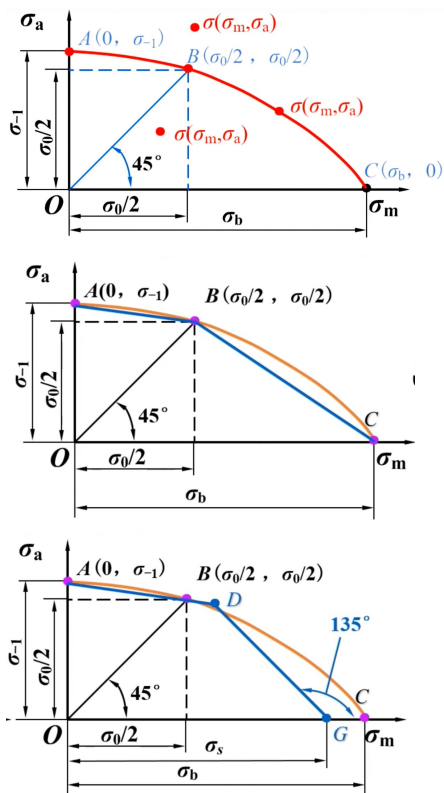


例 2-2 有一热轧合金钢零件,其材料的抗弯疲劳极限 $\sigma_0 = 658 \text{ MPa}$, $\sigma_{-1} = 400 \text{ MPa}$, 屈服极限 $\sigma_s = 780 \text{ MPa}$, 所承受的弯曲变应力同例 2-1, 零件的应力集中系数 $K_\sigma = 1.26$, 尺寸系数 $\epsilon_\sigma = 0.78$, 表面状态系数 $\beta = 1$ 。如取安全系数 $[S] = 1.5$, 试校核此零件是否安全。

机械设计中的强度问题

29

极限应力图的演变与应用



真实测量的材料极限应力图

简化的材料极限应力图

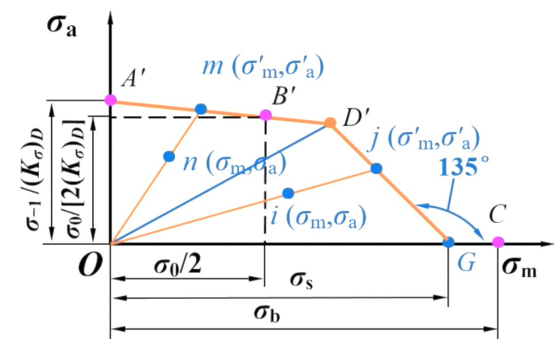
塑性材料简化的材料极限应力图

OA'D': 塑性材料零件的疲劳安全区

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{lim}}{\sigma_{max}} = \frac{\sigma_r}{\sigma_m + \sigma_a} = \frac{\sigma_{-1}}{(K_\sigma)_D \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m} \geq [S]$$

OD'G': 塑性材料零件的塑性安全区

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{lim}}{\sigma_{max}} = \frac{\sigma_s}{\sigma_m + \sigma_a} \geq [S]$$



考虑应力集中、绝对尺寸表面状态后塑性材料零件的极限应力图

例 2-2 有一热轧合金钢零件,其材料的抗弯疲劳极限 $\sigma_0 = 658 \text{ MPa}$, $\sigma_{-1} = 400 \text{ MPa}$, 屈服极限 $\sigma_s = 780 \text{ MPa}$, 所承受的弯曲变应力同例 2-1, 零件的应力集中系数 $K_\sigma = 1.26$, 尺寸系数 $\epsilon_\sigma = 0.78$, 表面状态系数 $\beta = 1$ 。如取安全系数 $[S] = 1.5$, 试校核此零件是否安全。

$$r = \pm \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{60}{318} = 0.1887$$

机械设计中的强度问题

26

塑性材料零件的极限应力图

• **应力集中**: 在零件剖面的几何形状突然变化的情况(如孔、圆角、键槽、螺紋等)下, 局部应力远大于名义应力的现象

• 引入应力集中系数 K_σ 、 K_τ

• **绝对尺寸**: 其他条件相同(包括剖面上的应力大小)时, 零件剖面的绝对尺寸越大, 其疲劳极限就越低。这是由于尺寸大时, 材料晶粒粗, 出现缺陷的概率多和机加工后表面冷作硬化层(对提高疲劳强度相对有利)相对较薄。

• 引入绝对尺寸系数 ϵ_σ 、 ϵ_τ

• **表面状态**: 其他条件相同时, 改善零件表面光滑程度或进行强化处理(如喷丸、表面热处理、表面化学处理等), 都可以提高机械零件的疲劳强度

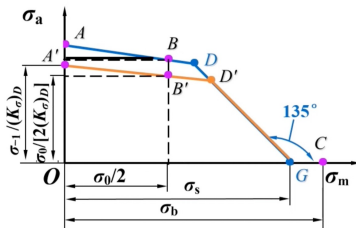
• 引入表面状态系数 β

考虑应力集中、绝对尺寸、表面状态时的极限应力, 引入**综合影响系数**

$$(K_\sigma)_D = \frac{K_\sigma}{\epsilon_\sigma \beta}$$

$$(K_\tau)_D = \frac{K_\tau}{\epsilon_\tau \beta}$$

由试验得知, 应力集中、绝对尺寸和表面状态**只对变应力的应力幅部分产生影响**



机械设计中的强度问题

27

塑性材料零件的极限应力图

考虑应力集中、绝对尺寸、表面状态时的极限应力

• OA'D': **零件**的疲劳安全区

• OD'G': **零件**的塑性安全区

• OD'对应的循环特征

$$(K_\sigma)_D = \frac{K_\sigma}{\epsilon_\sigma \beta}$$

$$(K_\tau)_D = \frac{K_\tau}{\epsilon_\tau \beta}$$

$$r_{D'} = \frac{[(K_\sigma)_D + \psi_\sigma] \sigma_s - 2\sigma_{-1}}{[(K_\sigma)_D - \psi_\sigma] \sigma_s}$$

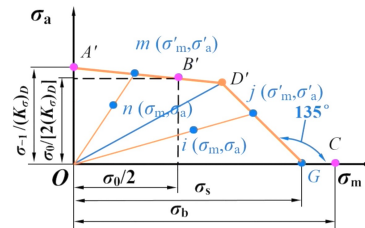
由试验得知, 应力集中、绝对尺寸和表面状态**只对变应力的应力幅部分产生影响**

• 对于塑性材料, 零件的极限应力 σ_r

• 当 $r < r_{D'}$ 时, $\sigma_r = \frac{\sigma_{-1}(\sigma_a + \sigma_m)}{(K_\sigma)_D \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m}$

• 当 $r \geq r_{D'}$ 时, $\sigma_r = \sigma_s$

• $\psi_\sigma = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0}$



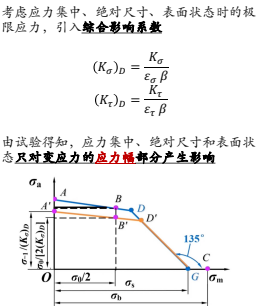
例 2-2 有一热轧合金钢零件,其材料的抗弯疲劳极限 $\sigma_0 = 658 \text{ MPa}$, $\sigma_{-1} = 400 \text{ MPa}$, 屈服极限 $\sigma_s = 780 \text{ MPa}$, 所承受的弯曲变应力同例 2-1, 零件的应力集中系数 $K_\sigma = 1.26$, 尺寸系数 $\epsilon_\sigma = 0.78$, 表面状态系数 $\beta = 1$ 。如取安全系数 $[S] = 1.5$, 试校核此零件是否安全。

机械设计中的强度问题

26

塑性材料零件的极限应力图

- 应力集中:** 在零件剖面的几何形状突然变化的情况(如孔、圆角、键槽、螺紋等)下,局部应力远大于名义应力的现象
 - 引入应力集中系数 K_σ, K_τ
- 绝对尺寸:** 其他条件相同(包括剖面上的应力大小)时,零件剖面的绝对尺寸越大,其疲劳极限就越低。这是由于尺寸越大,材料晶粒粗,出现缺陷的概率多和机加工后表面冷作硬化层(对提高疲劳强度相对有利)相对较薄。
 - 引入绝对尺寸系数 $\epsilon_\sigma, \epsilon_\tau$
- 表面状态:** 其他条件相同时,改善零件表面光滑程度或进行强化处理(如喷丸、表面热处理、表面化学处理等),都可以提高机械零件的疲劳强度
 - 引入表面状态系数 β



机械设计中的强度问题

28

塑性材料零件的安全系数及强度条件

• 计算安全系数: $S_\sigma = \frac{\sigma_{lim}}{\sigma_{max}}$

• OA'D': 塑性材料零件的疲劳安全区

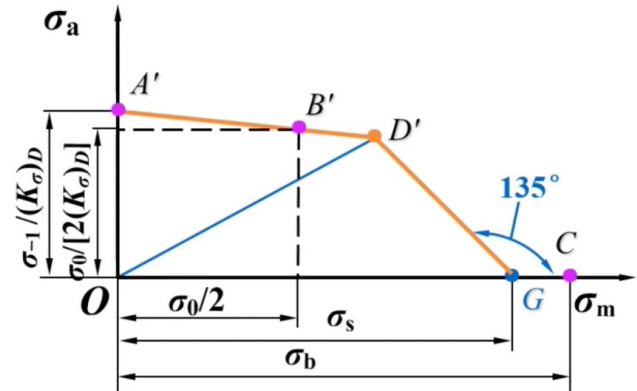
$$S_\sigma = \frac{\sigma_{lim}}{\sigma_{max}} = \frac{\sigma_r}{\sigma_m + \sigma_a} = \frac{\sigma_{-1}}{(K_\sigma)_D \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m} \geq [S]$$

$$\sigma_r = \frac{\sigma_{-1}(\sigma_a + \sigma_m)}{(K_\sigma)_D \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m}$$

• OD'G': 塑性材料零件的塑性安全区

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{lim}}{\sigma_{max}} = \frac{\sigma_S}{\sigma_m + \sigma_a} \geq [S]$$

$$\sigma_r = \sigma_S$$

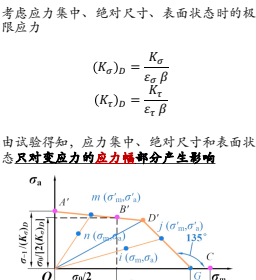


机械设计中的强度问题

27

塑性材料零件的极限应力图

- OA'D': 零件的疲劳安全区
- OD'G': 零件的塑性安全区
- OD'对应的循环特征
 - $r_{D'} = \frac{[(K_\sigma)_D + \psi_\sigma] \sigma_S - 2\sigma_{-1}}{[(K_\sigma)_D - \psi_\sigma] \sigma_S}$
- 对于塑性材料, 零件的极限应力 σ_r
 - 当 $r < r_{D'}$ 时, $\sigma_r = \frac{\sigma_{-1}(\sigma_a + \sigma_m)}{(K_\sigma)_D \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m}$
 - 当 $r \geq r_{D'}$ 时, $\sigma_r = \sigma_S$
 - $\psi_\sigma = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0}$



例 2-2 有一热轧合金钢零件,其材料的抗弯疲劳极限 $\sigma_0 = 658 \text{ MPa}$, $\sigma_{-1} = 400 \text{ MPa}$, 屈服极限 $\sigma_s = 780 \text{ MPa}$, 所承受的弯曲变应力同例 2-1, 零件的应力集中系数 $K_\sigma = 1.26$, 尺寸系数 $\epsilon_\sigma = 0.78$, 表面状态系数 $\beta = 1$ 。如取安全系数 $[S] = 1.5$, 试校核此零件是否安全。

解
$$(K_\sigma)_D = \frac{K_\sigma}{\epsilon_\sigma \beta} = \frac{1.26}{0.78 \times 1} = 1.62$$

$$\psi_\sigma = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0} = \frac{2 \times 400 - 658}{658} = 0.216$$

因
$$\frac{[(K_\sigma)_D + \psi_\sigma]\sigma_s - 2\sigma_{-1}}{[(K_\sigma)_D - \psi_\sigma]\sigma_s} = \frac{(1.62 + 0.216) \times 780 - 2 \times 400}{(1.62 - 0.216) \times 780} = 0.577 > r = 0.1887$$
, 位于 $OA'D$

区域内,

故由式(2-11)得

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{(K_\sigma)_D \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m} = \frac{400}{1.62 \times 129 + 0.216 \times 189} = 1.6 > [S]$$

因此,该零件安全。

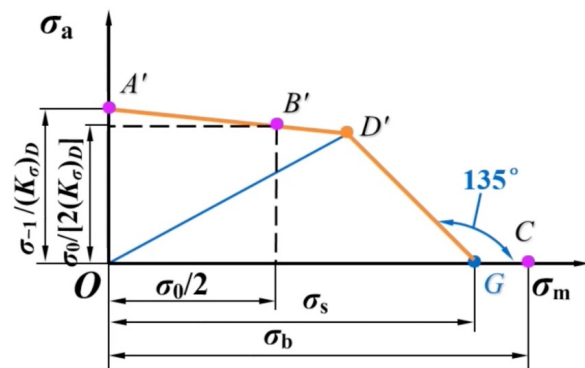
例 2-1 设有一零件受变应力作用,已知变应力的平均应力 $\sigma_m = 189 \text{ MPa}$, 应力幅 $\sigma_a = 129 \text{ MPa}$, 试求该变应力的循环特征 r 。

解 最大应力为
$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a = (189 + 129) \text{ MPa} = 318 \text{ MPa}$$

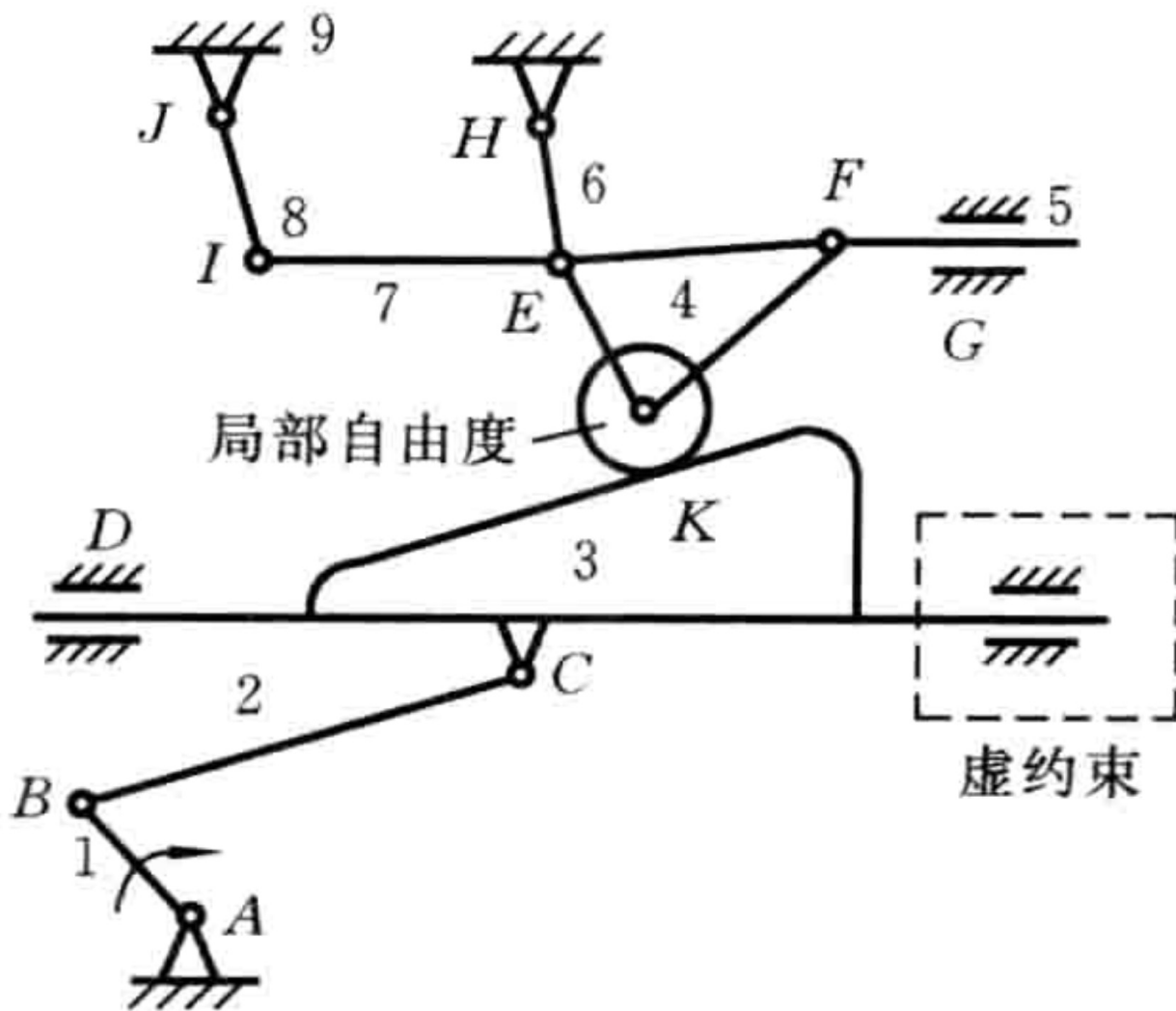
最小应力为
$$\sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a = (189 - 129) \text{ MPa} = 60 \text{ MPa}$$

σ_{\max} 、 σ_{\min} 在横坐标的同侧。

循环特征为
$$r = \pm \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{60}{318} = 0.1887$$



例 1-1 计算图 1-11 所示机构的自由度, 并判定其是否具有确定的运动(图中标有箭头的构件为原动件)。机构中若有局部自由度和虚约束, 需具体指出。



例 1-1 计算图 1-11 所示机构的自由度, 并判定其是否具有确定的运动(图中标有箭头的构件为原动件)。机构中若有局部自由度和虚约束, 需具体指出。

平面机构具有确定运动的条件

26

平面机构自由度的计算

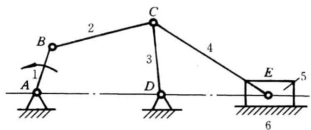
- 活动构件的自由度总数 - 运动副引入的约束总数 = 该机构自由度

$$F = 3n - (2P_L + P_H) = 3(N - 1) - 2P_L - P_H$$

- 在一个平面机构中, 若有 N 个构件, **除去机架后**, 其余应为活动构件总数, 即 $n = N - 1$
 - 这些活动构件在未组成运动副之前, 其自由度总数为 3, 当它们用运动副连接起来组成机构之后, 机构中各构件具有的自由度数就减少了
- 若在平面机构中低副的数目为 P_L 个, 高副的数目为 P_H 个, 则机构中全部运动副所引入的约束总数为 $2P_L + P_H$

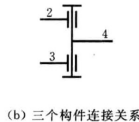
- 复合铰链:

- 由 3 个或 3 个以上构件组成轴线重合的转动副称为复合铰链
- 一般由 m 个构件组成的复合铰链应含有 $m - 1$ 个转动副



(a) 六杆机构

图 1-5 复合铰链



(b) 三个构件连接关系

上图机构的自由度为 $F = 3 \times 5 - 2 \times 7 - 0 = 1$

右图机构的自由度为 $F = 3 \times 7 - 2 \times 10 - 0 = 1$

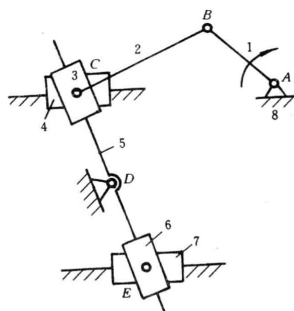
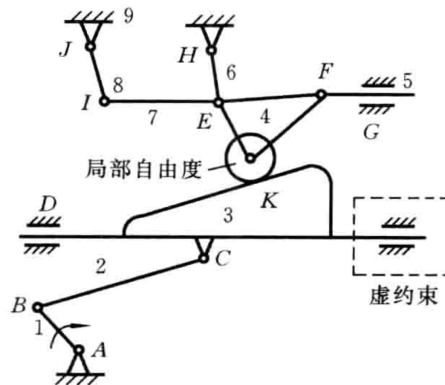


图 1-6 压缩机机构



平面机构具有确定运动的条件

29

虚约束

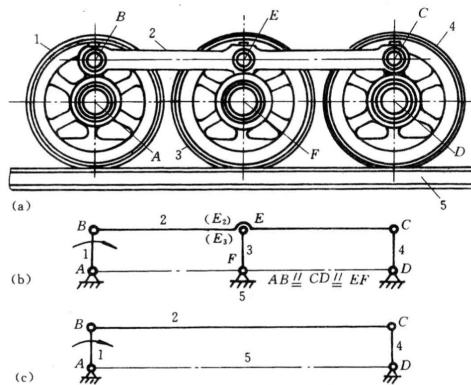
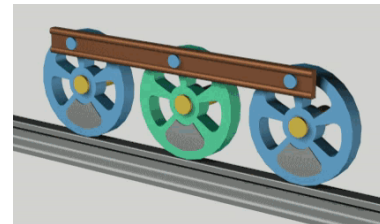


图 1-8 轨迹重合

如果用转动副连接的是两构件上运动轨迹相重合的点, 则该连接将引入一个虚约束



- 在机构中, 两构件构成运动副所引入的约束是用来限制某些相对运动的
- 但在机构中, 某些运动链所引入的约束可能与机构所受的其他约束相重复, 即对相对运动的限制产生了重复, 因而对机构运动实际上起不到约束作用, 这种约束就是虚约束

例 1-1 计算图 1-11 所示机构的自由度,并判定其是否具有确定的运动(图中标有箭头的构件为原动件)。机构中若有局部自由度和虚约束,需具体指出。

解 (1) 在机构中标出局部自由度和虚约束,如图 1-11 所示。

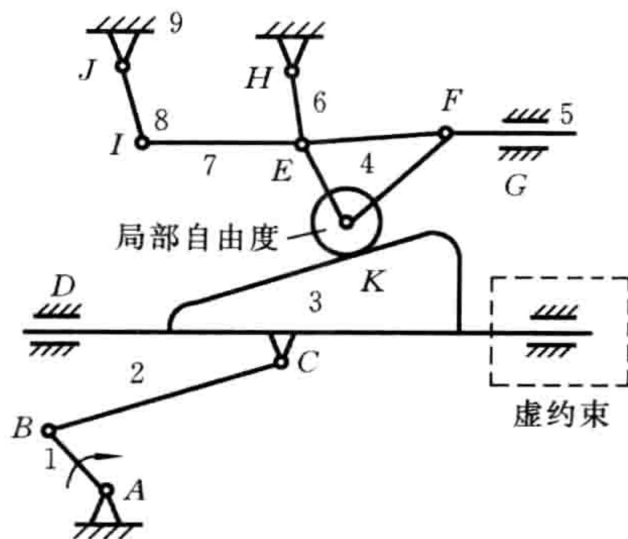
(2) 对构件进行编号,确定活动构件数,得 $n=8$ 。

(3) 对运动副进行编号,并区分运动副类型和数目,注意到 E 处为复合铰链,故 $P_L=11, P_H=1$ 。

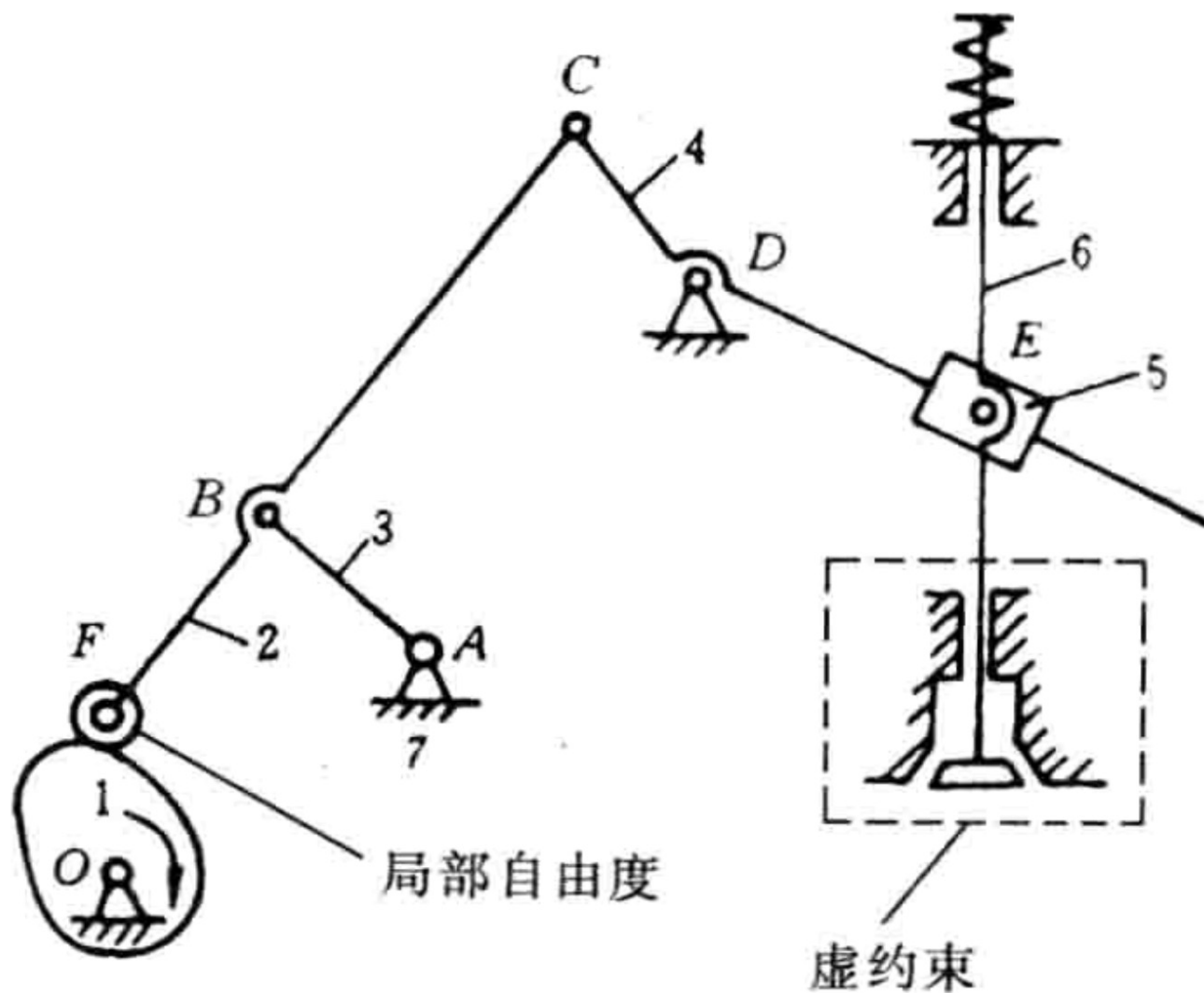
(4) 由式(1-1)计算得机构的自由度

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 8 - 2 \times 11 - 1 = 1$$

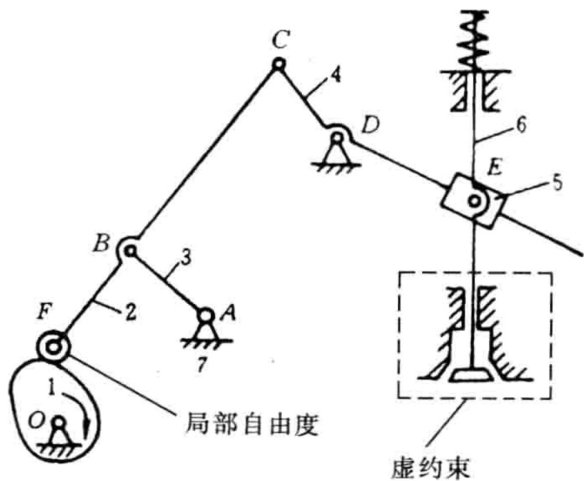
(5) 由于机构原动件为 1,与自由度数相等,故知机构具有确定的运动。



例 1-2 计算图 1-12 所示机构的自由度,若有局部自由度和虚约束,需具体指出。



例 1-2 计算图 1-12 所示机构的自由度,若有局部自由度和虚约束,需具体指出。



平面机构具有确定运动的条件

28

平面机构具有确定运动的条件

29

计算机构自由度时应注意的问题

- 局部自由度 (多余自由度)
 - 不影响整个机构运动关系的个别构件所具有的独立自由度
 - 在计算机构自由度时,应将它除去不计
- 圆滚子绕其自身轴线转动的快慢并不影响整个机构的运动
- 设想将滚子 4 与推杆 3 焊接在一起,机构的运动输入输出关系并不改变

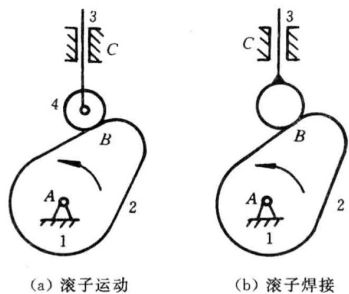


图 1-7 机构中的局部自由度

- 局部自由度虽然不影响整个机构的运动,但滚子可使高副接触处的滑动摩擦变成滚动摩擦,可减少磨损
 - 所以实际机构中常有局部自由度出现

虚约束

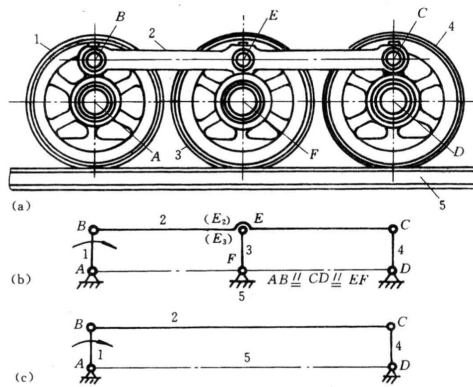
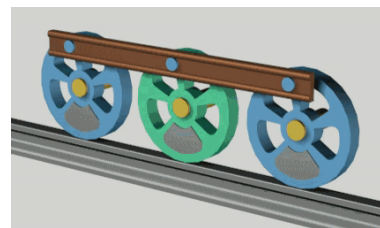


图 1-8 轨迹重合

如果用转动副连接的是两构件上运动轨迹相重合的点,则该连接将引入一个虚约束



- 在机构中,两构件构成运动副所引入的约束是用来限制某些相对运动的
- 但在机构中,某些运动链所引入的约束可能与机构所受的其他约束相重复,即对相对运动的限制产生了重复,因而对机构运动实际上起不到约束作用,这种约束就是虚约束

例 1-2 计算图 1-12 所示机构的自由度,若有局部自由度和虚约束,需具体指出。

解 滚子为一具有局部自由度的构件,计算机构自由度时,应将其看成与构件 2 相固结的刚体。气门杆 6 与机架 7 组成两个移动副,其中一个为重复运动副,是虚约束。局部自由度和虚约束如图 1-12 所示。

该机构共有 6 个活动构件(弹簧不算机构中的基本构件),所以 $n=6, P_L=8, P_H=1$,故由式(1-1)得

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 6 - 2 \times 8 - 1 = 1$$

所以该机构的自由度为 1。

平面机构具有确定运动的条件

28

计算机构自由度时应注意的问题

- 局部自由度 (多余自由度)
 - 不影响整个机构运动关系的个别构件所具有的独立自由度
 - 在计算机构自由度时,应将它除去不计
- 局部自由度虽然不影响整个机构的运动,但滚子可使高副接触处的滑动摩擦变成滚动摩擦,可减少磨损
 - 所以实际机构中常有局部自由度出现

- 图滚子绕其自身轴线转动的快慢并不影响整个机构的运动
- 设想将滚子 4 与推杆 3 焊接在一起,机构的运动输入输出关系并不改变

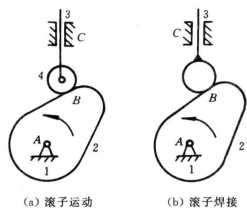
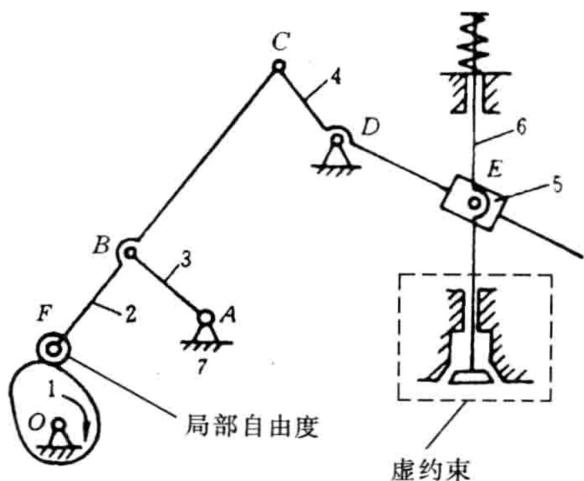


图 1-7 机构中的局部自由度



局部自由度

虚约束

平面机构具有确定运动的条件

29

虚约束

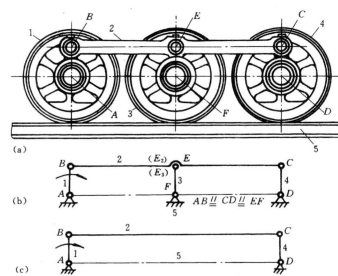
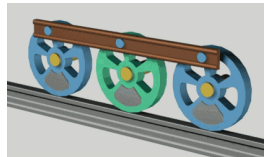


图 1-8 轨迹重合

如果用转动副连接的是两构件上运动轨迹相重合的点,则该连接将引入一个虚约束



- 在机构中,两构件构成运动副所引入的约束是用来限制某些相对运动的
- 但在机构中,某些运动链所引入的约束可能与机构所受的其他约束相重复,即对相对运动的限制产生了重复,因而对机构运动实际上起不到约束作用,这种约束就是虚约束

例 1-3 图 1-13 所示为一简易冲床的初拟设计方案。设计者的思路是：动力由齿轮 1 输入，使 A 处的轴连续回转；而固装在轴上的凸轮 2 与杠杆 3 组成的凸轮机构将使冲头 4 上下运动以达到冲压的目的。(1)试绘出其机构运动简图；(2)试分析其运动是否确定，并提出改进措施。

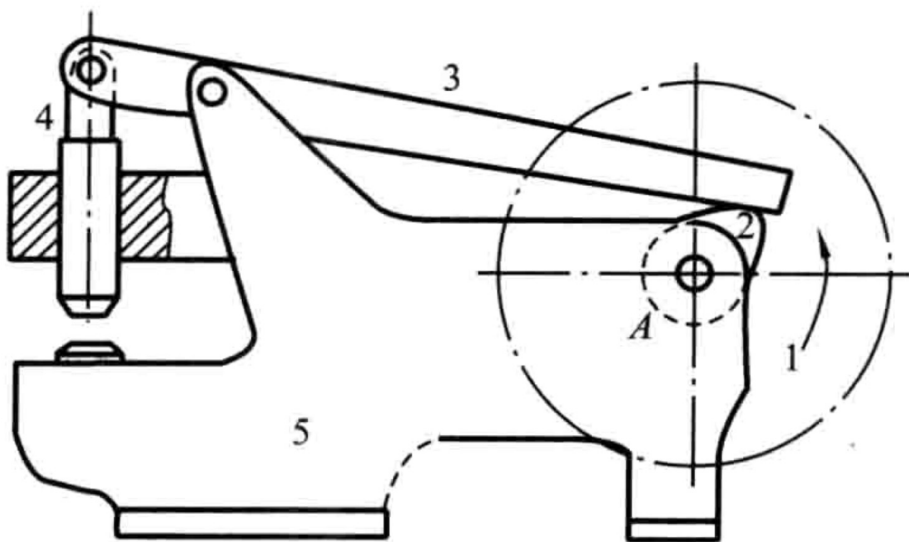


图 1-13 例 1-3 图

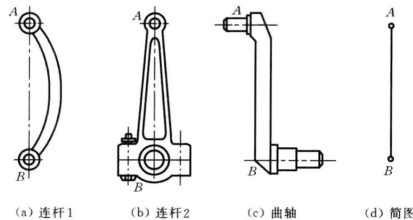
平面机构运动简图的绘制

16

机构运动简图

- 用规定的运动副符号和代表构件的线条来表示机构，并根据运动学尺寸按比例绘制而成的简单图形，用于简明而准确地描述机构中各构件相对运动关系
- 它是机构分析和设计的几何模型

机构中各构件的运动是由**机构原动件的运动规律及各运动副的类型和机构的运动学尺寸**来决定的



与构件的外形、截面形状和尺寸以及运动副的具体构造（如用滚动轴承还是用滑动轴承构成转动副）等因素**无关**

- 在研究机构运动时，为简明起见，**可撇开与运动无关的因素**，采用各种简单的符号和线条分别表示不同类型的运动副和相应构件

平面机构运动简图的绘制

机构运动简图符号 (GB4460-84)

名称	基本符号	可用符号	名称	基本符号	可用符号	名称	基本符号	可用符号	名称	基本符号	可用符号
机架			凸轮机构			齿轮机构			向心轴承		
轴、杆			盘形凸轮			圆柱齿轮			普通轴承		
组成部分与轴(杆)的固定连接			圆柱凸轮			圆锥齿轮			滚动轴承		
			尖顶			蜗杆蜗轮			推力轴承		
轴上飞轮			曲面			齿轮齿条			单向推力		
			滚子			扇形齿轮			双向推力		
平面机构			槽轮机构			单向啮合式离合器			推力滚动轴承		
连杆			一般符号			齿轮齿条			单向向心推力普通轴承		
曲柄(或摇杆)			外啮合			扇形齿轮			双向向心推力普通轴承		
偏心轮			内啮合			电动机			向心推力滚动轴承		
导杆			一般符号			装在支架上的电动机			弹簧		
滑块						双向摩擦离合器			压缩弹簧		
						单向式			拉伸弹簧		
						双向式			扭转弹簧		
						电磁离合器			涡卷弹簧		
摩擦传动			联轴器			安全离合器有易损件			带传动		
圆柱轮			一般符号			安全离合器无易损件			链传动		
圆锥轮			固定联轴器			制动器			螺杆传动整体螺母		
可调圆锥轮			可移式联轴器						挠性轴		
可调冕状轮			弹性联轴器								

例 1-3 图 1-13 所示为一简易冲床的初拟设计方案。设计者的思路是：动力由齿轮 1 输入，使 A 处的轴连续回转；而固装在轴上的凸轮 2 与杠杆 3 组成的凸轮机构将使冲头 4 上下运动以达到冲压的目的。（1）试绘出其机构运动简图；（2）试分析其运动是否确定，并提出改进措施。

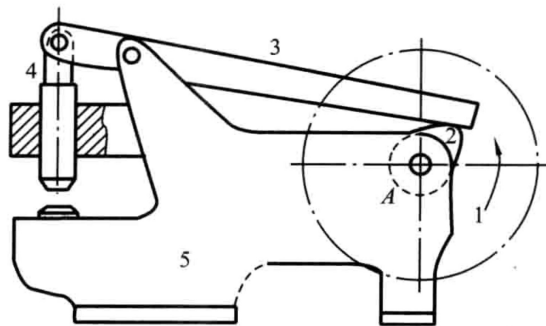


图 1-13 例 1-3 图

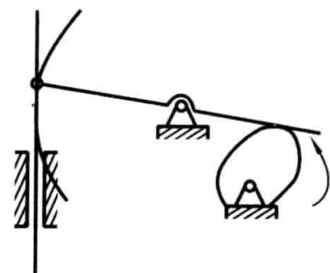


图 1-14 机构运动简图

解 （1）机构运动简图如图 1-14 所示。

（2）原机构自由度 $F=3 \times 3 - 2 \times 4 - 1 = 0$ ，不合理，改为如图 1-15 所示的结构即可。

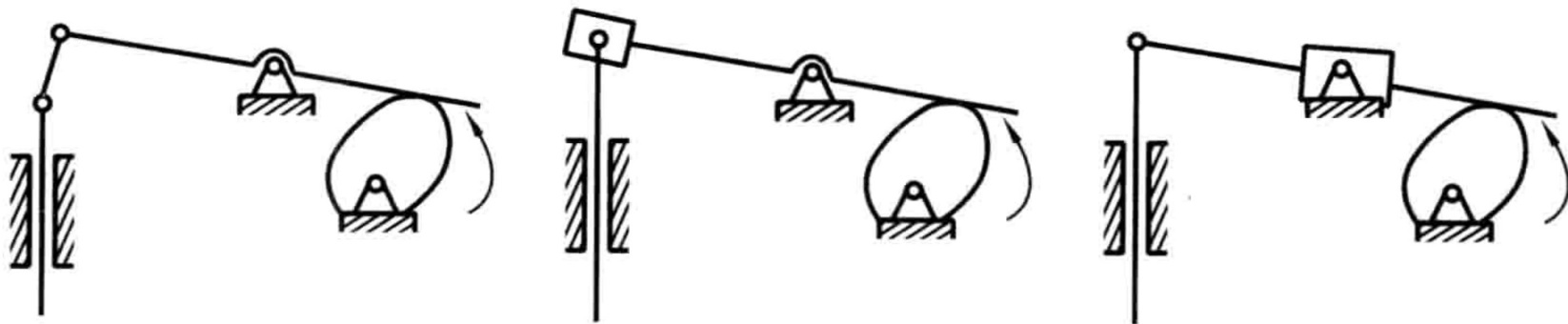
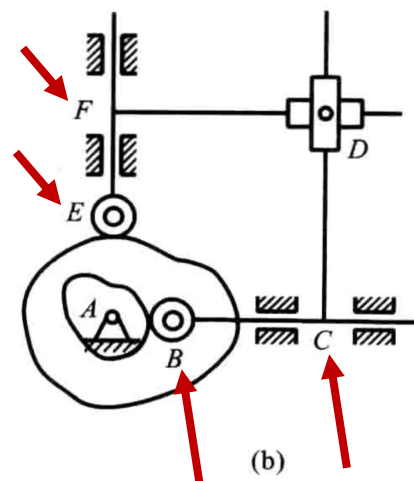
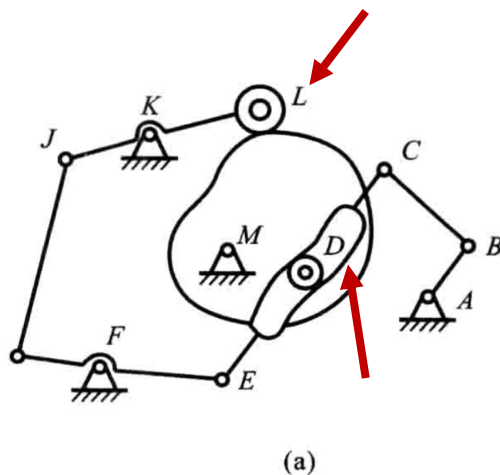


图 1-15 例 1-3 图解

例 1-4 试计算图 1-16 所示凸轮-连杆组合机构的自由度。



平面机构具有确定运动的条件

28

平面机构具有确定运动的条件

29

计算机构自由度时应注意的问题

- 局部自由度 (多余自由度)
 - 不影响整个机构运动关系的个别构件所具有的独立自由度
 - 在计算机构自由度时, 应将它除去不计

- 圆滚子绕其自身轴线转动的快慢并不影响整个机构的运动
- 设想将滚子 4 与推杆 3 焊接在一起, 机构的运动输入输出关系并不改变

- 局部自由度虽然不影响整个机构的运动, 但滚子可使高副接触处的滑动摩擦变成滚动摩擦, 可减少磨损
 - 所以实际机构中常有局部自由度出现

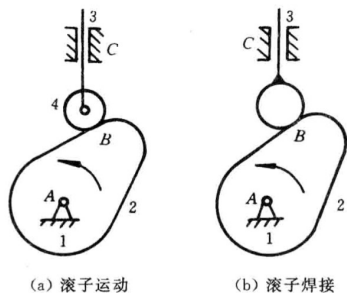


图 1-7 机构中的局部自由度

虚约束

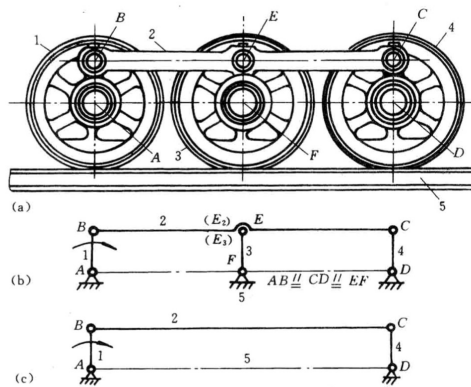
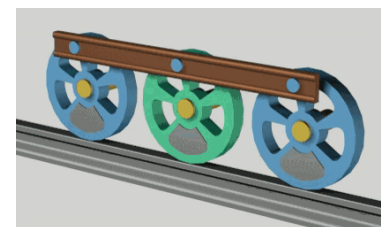


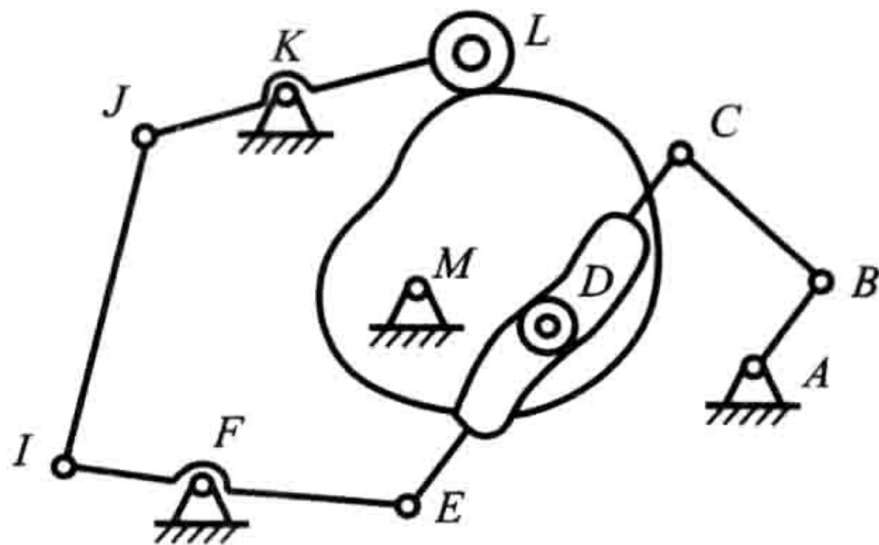
图 1-8 轨迹重合

如果用转动副连接的是两构件上运动轨迹相重合的点, 则该连接将引入一个虚约束

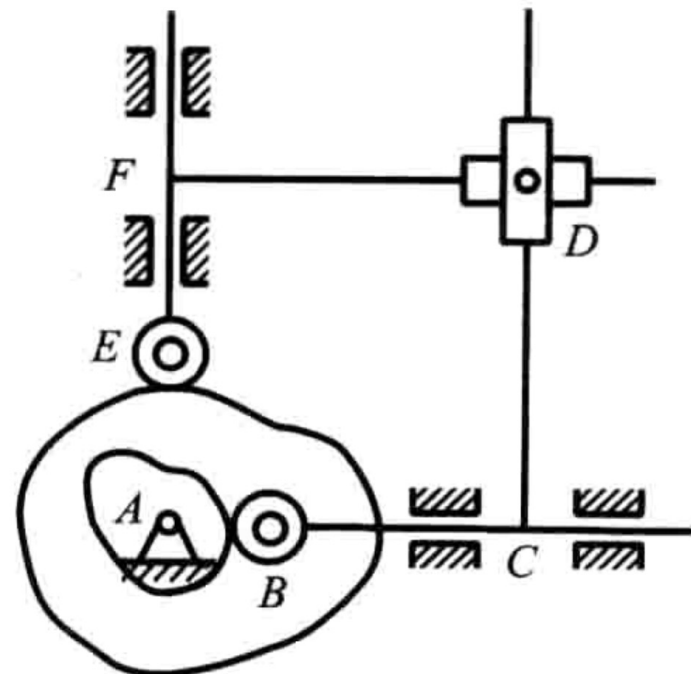


- 在机构中, 两构件构成运动副所引入的约束是用来限制某些相对运动的
- 但在机构中, 某些运动链所引入的约束可能与机构所受的其他约束相重复, 即对相对运动的限制产生了重复, 因而对机构运动实际上起不到约束作用, 这种约束就是虚约束

例 1-4 试计算图 1-16 所示凸轮-连杆组合机构的自由度。



(a)

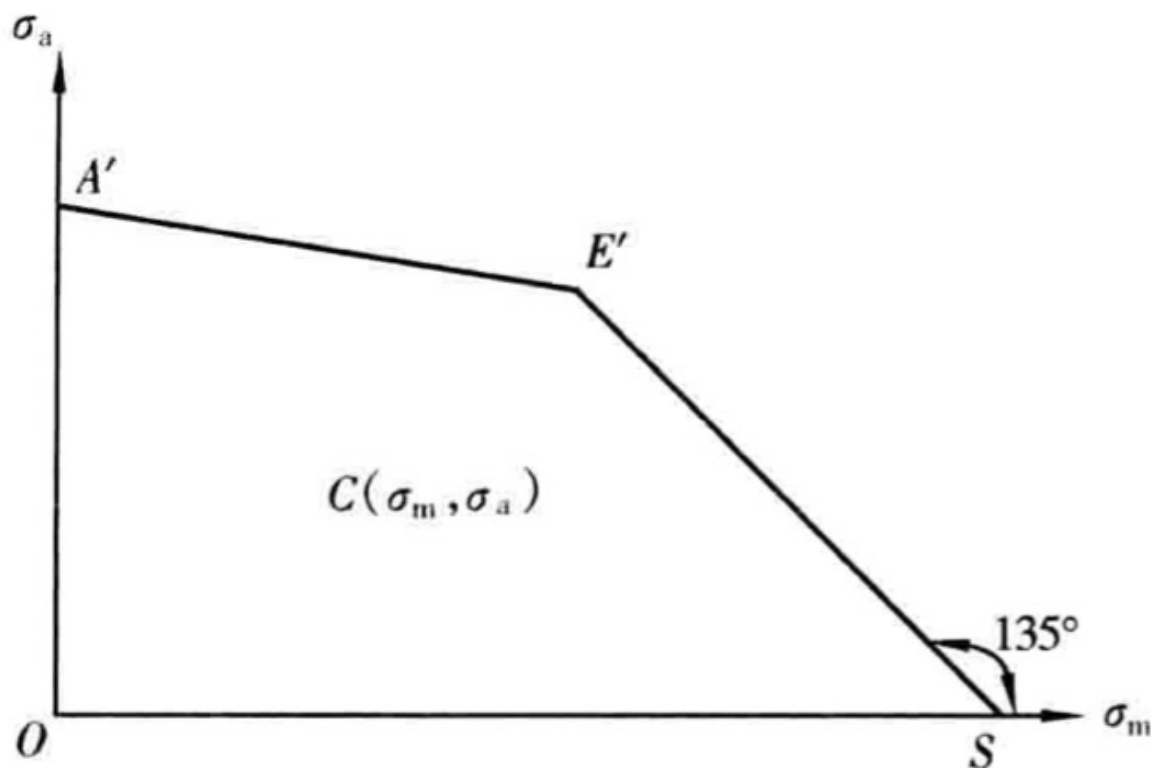


(b)

解 (1) $n=7; P_L=9; P_H=2, F=3 \times 7 - 2 \times 9 - 2=1$ L 处存在局部自由度, D 处存在虚约束。

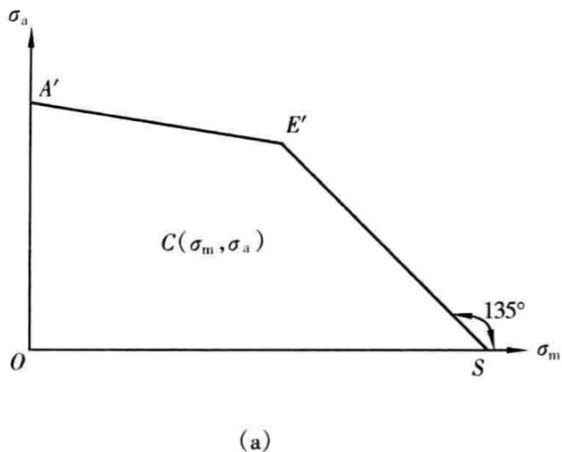
(2) $n=5; P_L=6; P_H=2, F=3 \times 5 - 2 \times 6 - 2=1$ $E、B$ 处存在局部自由度, $F、C$ 处存在虚约束。

例 1-1 已知例 1-1 图(a)所示零件的极限应力点 C 的位置,工作应力为 $\sigma_{\max}(\sigma_m, \sigma_a)$ 。试在该图上标出按三种应力变化的规律,即 $r = \sigma_{\min}/\sigma_{\max} = c$ 、 $\sigma_m = c$ 及 $\sigma_{\min} = c$ 时,对应于点 C 的极限应力点,并指出该点处于破坏区还是安全区。



(a)

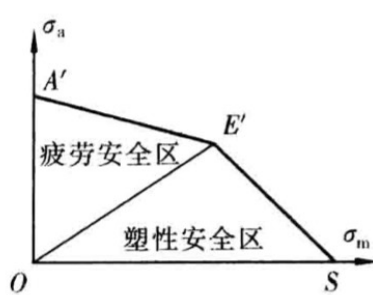
例 1-1 已知例 1-1 图(a)所示零件的极限应力点 C 的位置,工作应力为 $\sigma_{\max}(\sigma_m, \sigma_a)$ 。试在该图上标出按三种应力变化的规律,即 $r = \sigma_{\min}/\sigma_{\max} = c$ 、 $\sigma_m = c$ 及 $\sigma_{\min} = c$ 时,对应于点 C 的极限应力点,并指出该点处于破坏区还是安全区。



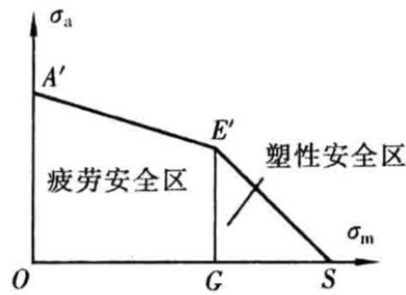
机械设计中的强度问题

疲劳安全区与塑性安全区的划分问题

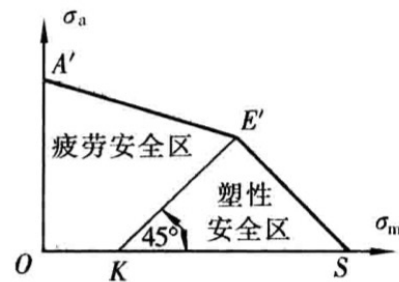
不同应力变化规律时



(a) $r = c$



(b) $\sigma_m = c$



(c) $\sigma_{\min} = c$

机械设计中的强度问题

按应力变化规律在极限应力曲线上判定强度计算时的极限应力问题

显然, 强度计算时所用的极限应力, 是零件的极限应力曲线上的某一点所代表的应力

到底以哪一点来表示才算合适?

一般它与应力变化规律有关

① 变应力的循环特性保持不变, 即 $r = c$

② 变应力的平均应力保持不变, 即 $\sigma_m = c$

③ 变应力的最小应力保持不变, 即 $\sigma_{\min} = c$

• 例如绝大多数转轴中的应力状态

• 例如振动着的受载弹簧中的应力状态

• 例如紧螺栓连接中螺栓受轴向变载荷时的应力状态

研究分析表明: 同一个极限应力曲线, 应力变化规律不同, 即使同一个工作应力点, 其极限应力也有所不同, 而且其疲劳安全区及塑性安全区的划分, 应根据应力变化规律来确定

(1) $r = c$
 连接坐标原点 O 与点 E'

- 疲劳安全区: OA'E'
- 塑性安全区: OE'S

(2) $\sigma_m = c$
 过点 E' 作与纵坐标轴平行的直线, 与横坐标轴交于点 G

- 疲劳安全区: OA'E'G
- 塑性安全区: E'GS

(3) $\sigma_{\min} = c$
 过点 E' 作与横坐标轴成 45° 角的直线, 交于点 K

- 疲劳安全区: OA'E'K
- 塑性安全区: E'KS

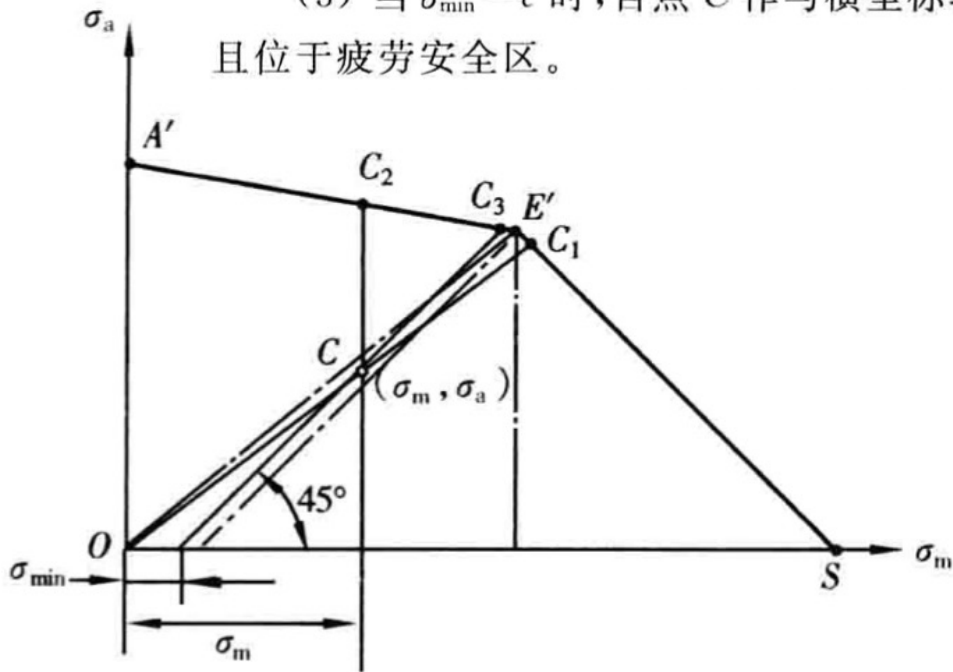
例 1-1 已知例 1-1 图(a)所示零件的极限应力点 C 的位置,工作应力为 $\sigma_{\max}(\sigma_m, \sigma_a)$ 。试在该图上标出按三种应力变化的规律,即 $r = \sigma_{\min}/\sigma_{\max} = c$ 、 $\sigma_m = c$ 及 $\sigma_{\min} = c$ 时,对应于点 C 的极限应力点,并指出该点处于破坏区还是安全区。

解题要点:

(1) 当 $r = \sigma_{\min}/\sigma_{\max} = c$ 时,在例 1-1 图(b)中,连接 OC 并延长,交于极限应力曲线 $A'E'S$ 上的点 C_1 ,则点 C_1 为极限应力点,且位于塑性安全区。

(2) 当 $\sigma_m = c$ 时,自点 C 作横坐标的垂线,交 $A'E'S$ 于点 C_2 (极限应力点),且位于疲劳安全区。

(3) 当 $\sigma_{\min} = c$ 时,自点 C 作与横坐标轴呈 45° 角的斜线交 $A'E'S$ 于 C_3 点(极限应力点),且位于疲劳安全区。

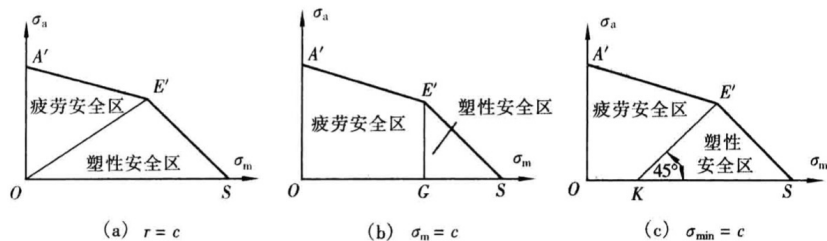


机械设计中的强度问题

19

疲劳安全区与塑性安全区的划分问题

不同应力变化规律时



(1) $r = c$
 连接坐标原点 O 与点 E'
 • 疲劳安全区: $OA'E'$
 • 塑性安全区: $OE'S$

(2) $\sigma_m = c$
 过点 E' 作与纵坐标轴平行的直线, 与横坐标轴交于点 G
 • 疲劳安全区: $OA'E'G$
 • 塑性安全区: EGS

(3) $\sigma_{\min} = c$
 过点 E' 作与横坐标轴成 45° 角的直线, 交于点 K
 • 疲劳安全区: $OA'E'K$
 • 塑性安全区: EKS

例 1-2 已知某钢材的力学性能为 $\sigma_{-1} = 500 \text{ MPa}$, $\sigma_s = 1000 \text{ MPa}$, $\sigma_0 = 800 \text{ MPa}$ 。

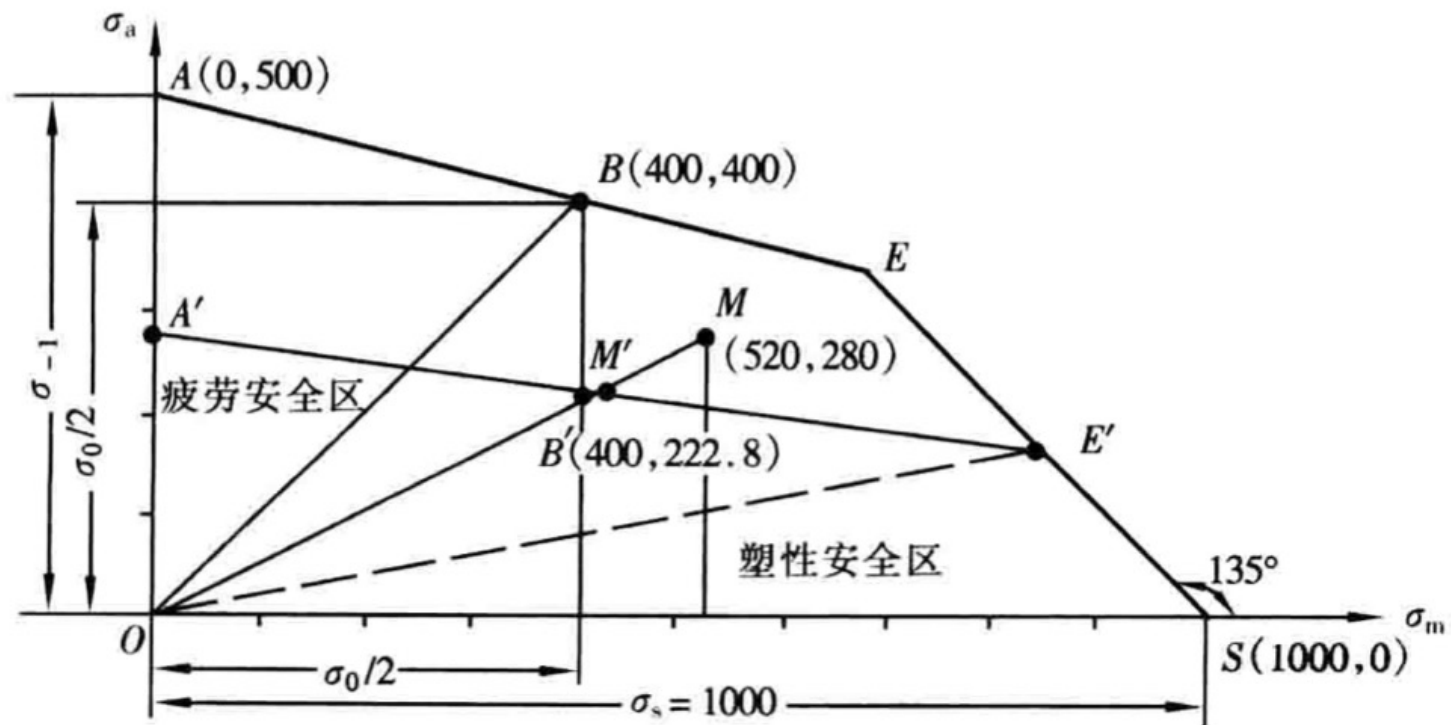
(1) 试按比例绘制该材料的简化疲劳极限应力图；

(2) 由该材料制成的零件, 承受非对称循环应力, 其应力循环特性 $r = 0.3$, 工作应力 $\sigma_{\max} = 800 \text{ MPa}$, 零件的有效应力集中系数 $k_\sigma = 1.49$, 零件的尺寸系数 $\epsilon_\sigma = 0.83$, 表面状态系数 $\beta = 1$, 按简单加载情况在该图中标出工作应力点及对应的极限应力点；

(3) 判断该零件的强度是否满足要求。

例 1-2 已知某钢材的力学性能为 $\sigma_{-1}=500 \text{ MPa}$, $\sigma_s=1000 \text{ MPa}$, $\sigma_0=800 \text{ MPa}$ 。

(1) 试按比例绘制该材料的简化疲劳极限应力图；



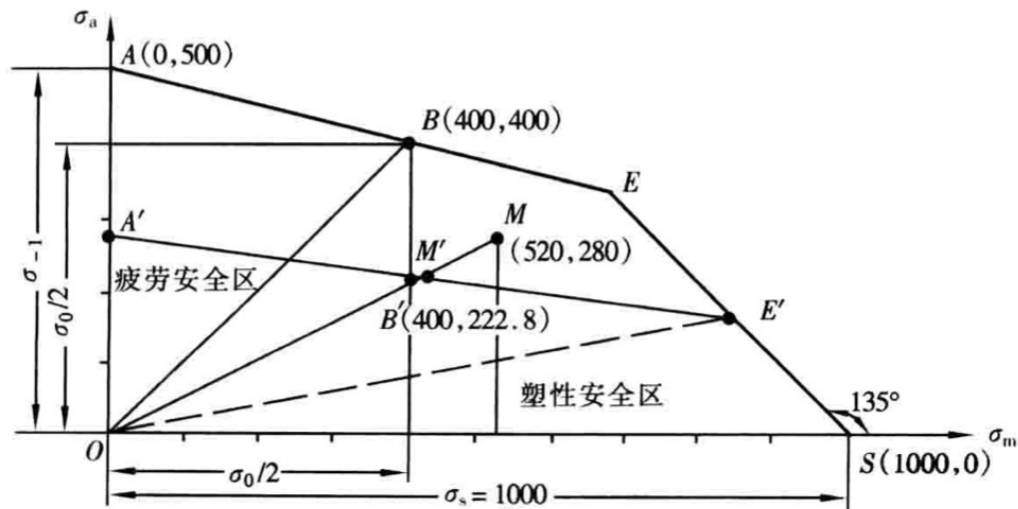
解题要点：

(1) 绘制材料的简化疲劳极限应力图。

因材料为塑性材料,故极限应力图用 $\sigma_m-\sigma_a$ 极限应力图表示。确定极限应力图折线 ABS 上的各点坐标: $A(0, \sigma_{-1})$ 、 $S(\sigma_s, 0)$ 及 $B(\sigma_0/2, \sigma_0/2)$, 代入数值后为: $A(0, 500)$ 、 $B(400, 400)$ 及 $S(1000, 0)$, 连接直线 AB 与自点 S 作与横坐标轴成 135° 的斜线交于点 E , 则 $ABES$ 折线为极限应力图(见例 1-2 图)。

例 1-2 已知某钢材的力学性能为 $\sigma_{-1}=500$ MPa, $\sigma_s=1000$ MPa, $\sigma_0=800$ MPa。

(2) 由该材料制成的零件, 承受非对称循环应力, 其应力循环特性 $r=0.3$, 工作应力 $\sigma_{\max}=800$ MPa, 零件的有效应力集中系数 $k_\sigma=1.49$, 零件的尺寸系数 $\varepsilon_\sigma=0.83$, 表面状态系数 $\beta=1$, 按简单加载情况在该图中标出工作应力点及对应的极限应力点;



(2) 绘制零件的许用极限应力图。

由题意寿命系数 $K_N=1.0$, 对材料的极限应力曲线进行修正。

点 A 对应的点 A' 的坐标为 $(0, \frac{K_N \sigma_{-1}}{K_\sigma})$, 式中 $K_\sigma = \frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma \beta}$, 代入数据后为 $A'(0, 278.5)$ 。

点 B 对应的点 B' 的坐标为 $(\frac{K_N \sigma_0}{2}, \frac{K_N \sigma_0}{2K_\sigma})$, 代入数据后为 $B'(400, 222.8)$ 。

对点 S 不必进行修正。连接 A'B' 线与原 SE 线交于点 E', 则零件的许用极限应力折线图为 A'B'E'S。

例 1-3 某零件受稳定交变弯曲应力作用,最大工作应力 $\sigma_{\max} = 180$ MPa,最小工作应力 $\sigma_{\min} = 150$ MPa,材料的力学性能 $\sigma_{-1} = 180$ MPa, $\sigma_0 = 240$ MPa, $\sigma_s = 240$ MPa,按无限寿命设计,并略去综合影响系数 K_σ 的影响。试分别由图解法及计算法求出:(1) 等效系数 ψ_σ 值;(2) 安全系数 S_{ca} 值。

例 1-3 某零件受稳定交变弯曲应力作用,最大工作应力 $\sigma_{\max} = 180$ MPa,最小工作应力 $\sigma_{\min} = 150$ MPa,材料的力学性能 $\sigma_{-1} = 180$ MPa, $\sigma_0 = 240$ MPa, $\sigma_s = 240$ MPa,按无限寿命设计,并略去综合影响系数 K_σ 的影响。试分别由图解法及计算法求出:(1) 等效系数 ψ_σ 值;(2) 安全系数 S_{ca} 值。

解题要点:

1) 用图解法

(1) 按已知数据绘制极限应力图(见例 1-3 图)。

$$r = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} = 150 / 180 = 0.833, \quad r = c$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = 165 \text{ MPa}, \quad \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = 15 \text{ MPa}$$

工作应力点的坐标为 $M(165, 15)$ 。

(2) 求 ψ_σ 。

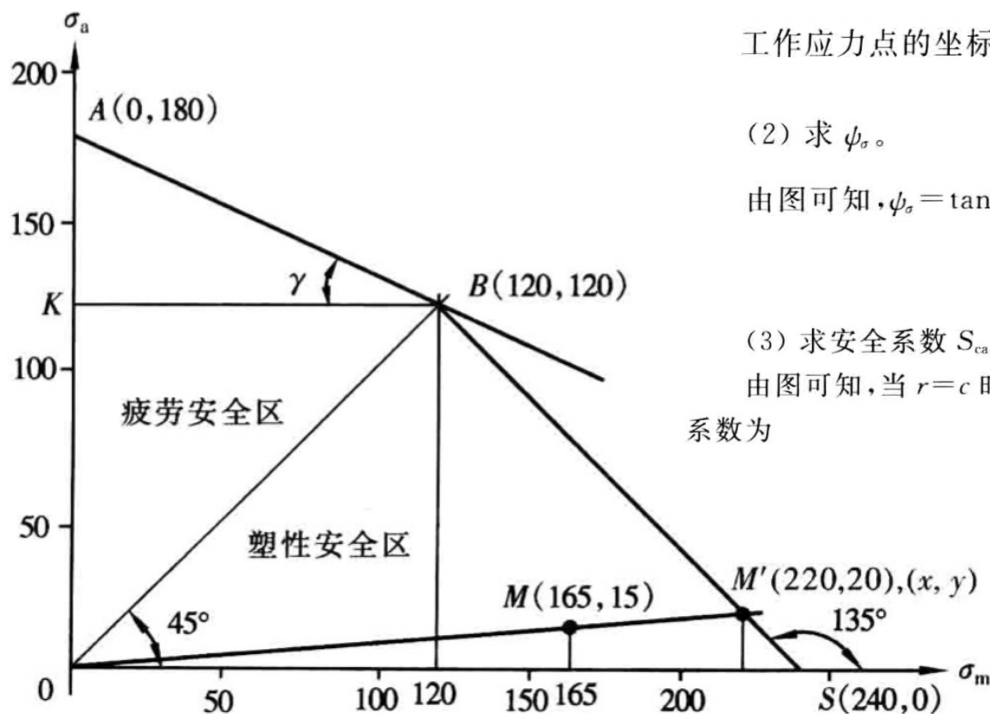
由图可知, $\psi_\sigma = \tan \gamma = \frac{AK}{BK}$, 量取 AK 和 BK 线段的长度, 得

$$\psi_\sigma = \frac{60}{120} = 0.5$$

(3) 求安全系数 S_{ca} 。

由图可知, 当 $r=c$ 时, 射线 OM 交 ABS 于点 M' , 点 M 位于塑性安全区, 故屈服强度安全系数为

$$S_{ca} = \frac{OM'}{OM} = \frac{220}{165} = 1.33$$



例 1-3 某零件受稳定交变弯曲应力作用,最大工作应力 $\sigma_{\max} = 180$ MPa,最小工作应力 $\sigma_{\min} = 150$ MPa,材料的力学性能 $\sigma_{-1} = 180$ MPa, $\sigma_0 = 240$ MPa, $\sigma_s = 240$ MPa,按无限寿命设计,并略去综合影响系数 K_σ 的影响。试分别由图解法及计算法求出:(1) 等效系数 ψ_σ 值;(2) 安全系数 S_{ca} 值。

2) 用解析法

$$(1) \text{ 求得 } \psi_\sigma = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0} = \frac{2 \times 180 - 240}{240} = 0.5。$$

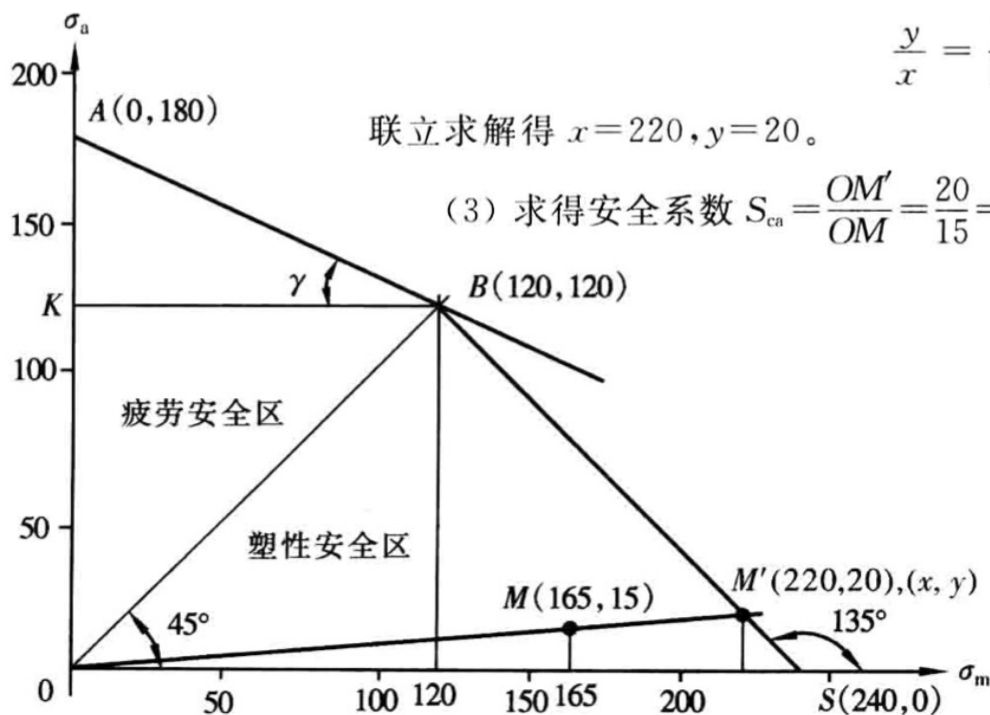
(2) 联立求解直线 SM' 及 OM 方程: 设点 M' 的坐标为 $M'(x, y)$, 则两方程为

$$x + y = \sigma_s = 240 \quad (SM' \text{ 方程})$$

$$\frac{y}{x} = \frac{15}{165} = \frac{1}{11} \quad (OM \text{ 方程})$$

联立求解得 $x = 220, y = 20$ 。

$$(3) \text{ 求得安全系数 } S_{ca} = \frac{OM'}{OM} = \frac{20}{15} = 1.33 \text{ 或 } S_{ca} = \frac{\sigma_s}{\sigma_a + \sigma_m} = \frac{240}{15 + 165} = 1.33 \text{ (屈服安全系数)}。$$



例 1-4 某轴只受稳定交变应力作用,工作应力 $\sigma_{\max} = 240 \text{ MPa}$, $\sigma_{\min} = -40 \text{ MPa}$ 。材料的力学性能 $\sigma_{-1} = 450 \text{ MPa}$, $\sigma_s = 800 \text{ MPa}$, $\sigma_0 = 700 \text{ MPa}$,轴上危险截面的 $k_\sigma = 1.30$, $\epsilon_\sigma = 0.78$, $\beta = 1$ 。

- (1) 绘制材料的简化应力图;
- (2) 用作图法求极限应力 σ_r 及安全系数(按 $r=c$ 加载和无限寿命考虑);
- (3) 取 $S = 1.3$, 试用计算法验证作图法求出的 σ_{ra} 、 σ_{rm} 及 S_{ca} 值, 并校验此轴是否安全。

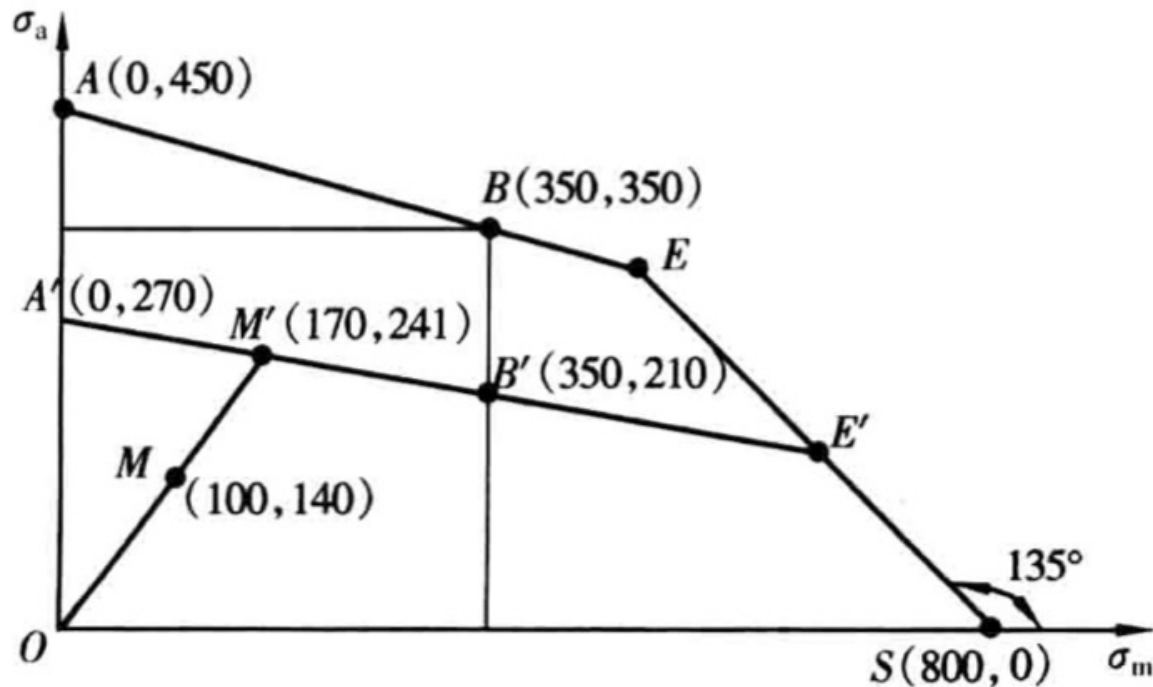
例 1-4 某轴只受稳定交变应力作用,工作应力 $\sigma_{\max} = 240 \text{ MPa}$, $\sigma_{\min} = -40 \text{ MPa}$ 。材料的力学性能 $\sigma_{-1} = 450 \text{ MPa}$, $\sigma_s = 800 \text{ MPa}$, $\sigma_0 = 700 \text{ MPa}$, 轴上危险截面的 $k_\sigma = 1.30$, $\epsilon_\sigma = 0.78$, $\beta = 1$ 。

- (1) 绘制材料的简化应力图;
- (2) 用作图法求极限应力 σ_r 及安全系数(按 $r=c$ 加载和无限寿命考虑);
- (3) 取 $S = 1.3$, 试用计算法验证作图法求出的 σ_{ra} 、 σ_{rm} 及 S_{ca} 值, 并校验此轴是否安全。

解题要点:

- (1) 绘制材料的极限应力图。

根据各点坐标 $A(0, 450)$ 、 $B(350, 350)$ 及 $S(800, 0)$, 按前述方法即可绘制此图



例 1-4 某轴只受稳定交变应力作用,工作应力 $\sigma_{\max} = 240 \text{ MPa}$, $\sigma_{\min} = -40 \text{ MPa}$ 。材料的力学性能 $\sigma_{-1} = 450 \text{ MPa}$, $\sigma_s = 800 \text{ MPa}$, $\sigma_0 = 700 \text{ MPa}$,轴上危险截面的 $k_\sigma = 1.30$, $\epsilon_\sigma = 0.78$, $\beta = 1$ 。

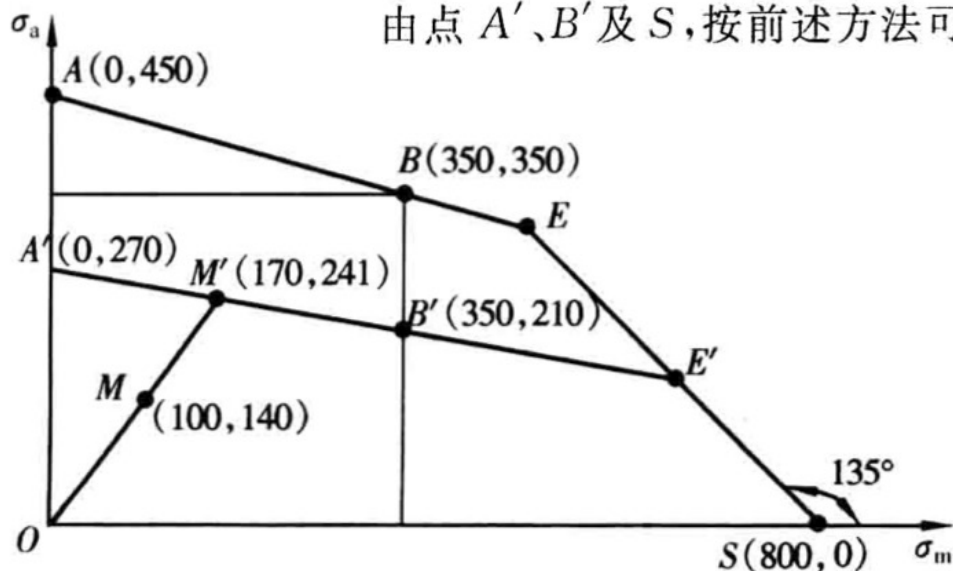
- (1) 绘制材料的简化应力图;
- (2) 用作图法求极限应力 σ_r 及安全系数(按 $r=c$ 加载和无限寿命考虑);
- (3) 取 $S = 1.3$, 试用计算法验证作图法求出的 σ_{ra} 、 σ_{rm} 及 S_{ca} 值, 并校验此轴是否安全。

(2) 绘制零件的极限应力图。

各点坐标为: $A' \left(0, \frac{K_N \sigma_{-1}}{K_\sigma} \right)$ 、 $B' \left(\frac{K_N \sigma_0}{2}, \frac{K_N \sigma_0}{2K_\sigma} \right)$ 及 $S(\sigma_s, 0)$, 代入数值后为

$$A'(0, 270), \quad B'(350, 210), \quad S(800, 0)$$

由点 A' 、 B' 及 S , 按前述方法可绘出该图。



例 1-4 某轴只受稳定交变应力作用,工作应力 $\sigma_{\max} = 240 \text{ MPa}$, $\sigma_{\min} = -40 \text{ MPa}$ 。材料的力学性能 $\sigma_{-1} = 450 \text{ MPa}$, $\sigma_s = 800 \text{ MPa}$, $\sigma_0 = 700 \text{ MPa}$,轴上危险截面的 $k_\sigma = 1.30$, $\epsilon_\sigma = 0.78$, $\beta = 1$ 。

- (1) 绘制材料的简化应力图;
- (2) 用作图法求极限应力 σ_r 及安全系数(按 $r=c$ 加载和无限寿命考虑);
- (3) 取 $S = 1.3$, 试用计算法验证作图法求出的 σ_{ra} 、 σ_{rm} 及 S_{ca} 值, 并校验此轴是否安全。

(3) 在图上标出工作应力点 M 。

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = \frac{240 - 40}{2} \text{ MPa} = 100 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{240 + 40}{2} \text{ MPa} = 140 \text{ MPa}$$

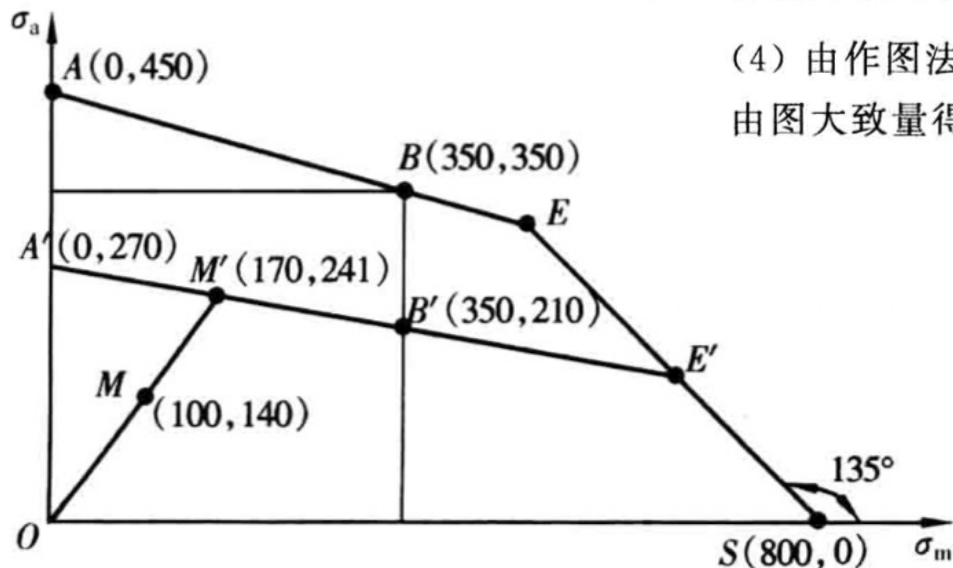
则工作应力点的坐标为 $M(100, 140)$, 并标于图上。

(4) 由作图法求极限应力 σ_{ra} 、 σ_{rm} 及安全系数 S_σ 。

由图大致量得

$$\sigma_{rm} = 170 \text{ MPa}, \quad \sigma_{ra} = 241 \text{ MPa}$$

$$S_\sigma = S_{\sigma_a} = \frac{OM'}{OM} = \frac{291}{170} = 1.71$$



例 1-4 某轴只受稳定交变应力作用,工作应力 $\sigma_{\max} = 240 \text{ MPa}$, $\sigma_{\min} = -40 \text{ MPa}$ 。材料的力学性能 $\sigma_{-1} = 450 \text{ MPa}$, $\sigma_s = 800 \text{ MPa}$, $\sigma_0 = 700 \text{ MPa}$,轴上危险截面的 $k_\sigma = 1.30$, $\epsilon_\sigma = 0.78$, $\beta = 1$ 。

- (1) 绘制材料的简化应力图;
- (2) 用作图法求极限应力 σ_r 及安全系数(按 $r=c$ 加载和无限寿命考虑);
- (3) 取 $S = 1.3$, 试用计算法验证作图法求出的 σ_{ra} 、 σ_{rm} 及 S_{ca} 值, 并校验此轴是否安全。

(5) 用计算法验证。

$$\text{由} \quad \tan \alpha = \frac{\sigma_{ra}}{\sigma_{rm}} = \frac{1-r}{1+r}, \quad r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{-40}{240} = -0.167$$

$$\text{所以} \quad \frac{\sigma_{ra}}{\sigma_{rm}} = \frac{1+0.167}{1-0.167} = 1.4$$

疲劳强度极限线 $A'E'$ 的直线方程为

$$\sigma_{ra} = \frac{K_N \sigma_{-1}}{K_\sigma} - \frac{1}{K_\sigma} \cdot \psi_\sigma \sigma_{rm}$$

$$\text{式中} \quad \psi_\sigma = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0} = \frac{2 \times 450 - 700}{700} = 0.2857$$

$$K_\sigma = \frac{k_\sigma}{\epsilon_\sigma \beta} = \frac{1.30}{0.78} = 1.667$$

$$\sigma_{rm} = \sigma_{ra} \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_a}$$

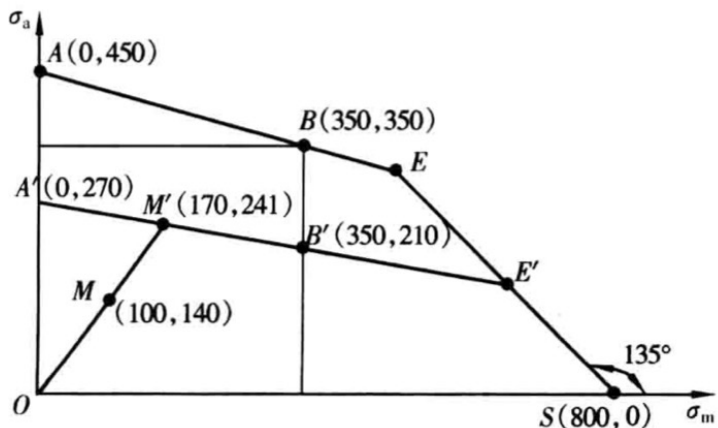
$$\text{所以} \quad \sigma_{ra} = \frac{K_N \sigma_{-1}}{K_\sigma + \psi_\sigma \cdot \sigma_m / \sigma_a} = \frac{450}{1.667 + 0.2857 \times 100 / 140} \text{ MPa} = 240.5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{rm} = \frac{\sigma_{ra}}{1.4} = \frac{240.5}{1.4} \text{ MPa} = 171.8 \text{ MPa}$$

校核轴的疲劳强度

$$S_{ca} = \frac{K_N \sigma_{-1}}{K_\sigma \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m} = \frac{450}{1.667 \times 140 + 0.2857 \times 100} = 1.718 > S = 1.3$$

故此轴疲劳强度达到安全要求。



例 1-5 某零件在不稳定变应力情况下工作,应力性质为对称循环,在循环基数 $N_0 = 10^7$ 时, $\sigma_{-1} = 300$ MPa,疲劳曲线方程指数 $m = 9$ 。若在 $\sigma_1 = 600$ MPa 下工作 $n_1 = 1 \times 10^4$ 次,在 $\sigma_2 = 400$ MPa 下工作 $n_2 = 4 \times 10^4$ 次,试按线性疲劳积累假说求出它在 $\sigma_3 = 350$ MPa 下可工作的应力循环次数 n_3 。

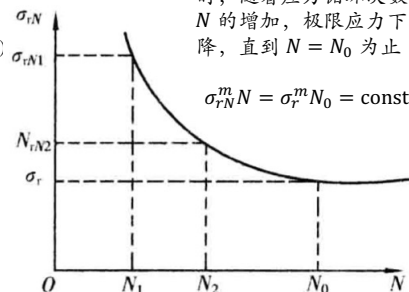
例 1-5 某零件在不稳定变应力情况下工作,应力性质为对称循环,在循环基数 $N_0 = 10^7$ 时, $\sigma_{-1} = 300$ MPa,疲劳曲线方程指数 $m = 9$ 。若在 $\sigma_1 = 600$ MPa 下工作 $n_1 = 1 \times 10^4$ 次,在 $\sigma_2 = 400$ MPa 下工作 $n_2 = 4 \times 10^4$ 次,试按线性疲劳积累假说求出它在 $\sigma_3 = 350$ MPa 下可工作的应力循环次数 n_3 。

机械设计中的强度问题

11

应力循环次数 $N < N_0$ 时

- 应力循环次数为 N 时的极限应力 $\sigma_{rN} = \sqrt[m]{\frac{N_0}{N}} \sigma_r = K_N \sigma_r$
 - $N = N_0$ 时任意循环特性 r 所对应的极限应力: $\sigma_r = \frac{\sigma_{-1}(\sigma_a + \sigma_m)}{\sigma_a + \psi \sigma_m}$ 实验研究表明,材料的极限应力与应力循环次数有密切关系
 - 寿命系数: $K_N = \sqrt[m]{\frac{N_0}{N}}$
- 安全系数 当应力循环特性 r 一定时,随着应力循环次数 N 的增加,极限应力下降,直到 $N = N_0$ 为止
 - $S_{ca} = \frac{\sigma_{rN}}{\sigma_{max}} = \frac{K_N \sigma_r}{\sigma_a + \sigma_m} = \frac{K_N \sigma_{-1}}{\sigma_a + \psi \sigma_m}$
 - $S_{ca} = \frac{K_N \sigma_{-1}}{K_\sigma \sigma_a + \psi \sigma_m}$ (考虑应力集中等因素)
- 若变应力为对称循环应力,则
 - 极限应力为 $\sigma_{-1N} = K_N \sigma_{-1}$
 - 安全系数为 $S_{ca} = \frac{K_N \sigma_{-1}}{K_\sigma \sigma_a}$
- 若取 $\sigma_a = \sigma_m$, 则 $S_{ca} = \frac{K_N \sigma_{-1}}{K_\sigma \sigma_a + \psi \sigma_m}$ 即为脉动循环应力时的安全系数计算公式



解题要点:

(1) 由疲劳曲线方程 $\sigma_i^m N_i' = c$, 求各应力水平的 N_i' 。

$$N_1 = \left(\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_1}\right)^m N_0 = \left(\frac{300}{600}\right)^9 \times 10^7 = 1.953 \times 10^4$$

$$N_2 = \left(\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_2}\right)^m N_0 = \left(\frac{300}{400}\right)^9 \times 10^7 = 7.508 \times 10^5$$

$$N_3 = \left(\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_3}\right)^m N_0 = \left(\frac{300}{350}\right)^9 \times 10^7 = 2.497 \times 10^6$$

(2) 由线性疲劳积累假说 $\sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N_i} = 1$, 求 n_3 。

超出本课程要求, 仅作为了解

因
$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} = 1$$

所以
$$\frac{1 \times 10^4}{1.953 \times 10^4} + \frac{4 \times 10^4}{7.508 \times 10^5} + \frac{n_3}{2.497 \times 10^6} = 1$$

故
$$n_3 = 1.085 \times 10^6$$



ME311: 机械设计

2023年秋季

谢谢~

宋超阳
南方科技大学